
Prova de seleção 2019.2 - Duração 2 horas e 30 minutos

Candidato:

Data: 19/06/2019

Assinatura:

INSTRUÇÕES

Escolha para responder cinco questões dentre as questões de 1 a 10 (questões sobre conteúdos básicos) e cinco questões dentre as questões de 11 a 20 (questões sobre conteúdos específicos).

Registre as suas respostas às questões no gabarito de respostas no final deste caderno, marcando apenas as respostas para as cinco questões básicas e para as cinco questões específicas escolhidas.

Caso mais do que cinco questões sobre conteúdos básicos sejam marcadas, só serão pontuadas as cinco primeiras delas. Da mesma forma, caso mais do que cinco questões sobre conteúdos específicos sejam marcadas, só serão pontuadas as cinco primeiras delas.

Prova de seleção 2019.2 - Conteúdos Básicos

Questão 1: Joilson gosta de desenhar, mas não tem habilidade. Porém, ele irá utilizar um pouco de matemática para ajudá-lo a desenhar um olho. Para isto ele desenhará 2 parábolas e um círculo. O círculo terá raio igual a 1 e estará centrado na origem. As duas parábolas terão as seguintes equações:

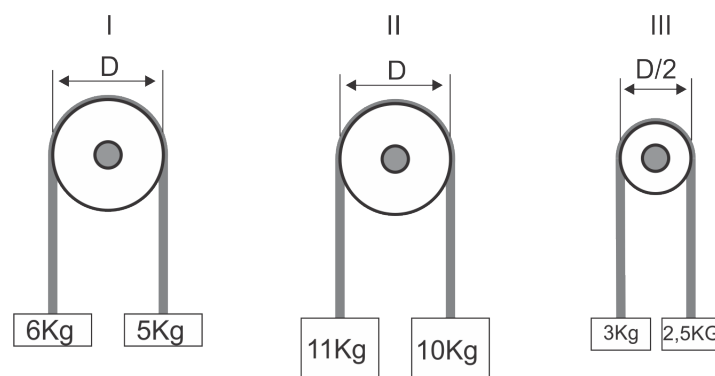
$$y = 9a^2x^2 - c$$

$$y = -9a^2x^2 + c$$

Quais devem ser os valores de a e c para o olho ser desenhado completamente aberto (com o círculo tocando os contornos do olho) e ter área total entre as duas parábolas (incluindo o círculo) de $40/9$ unidades?

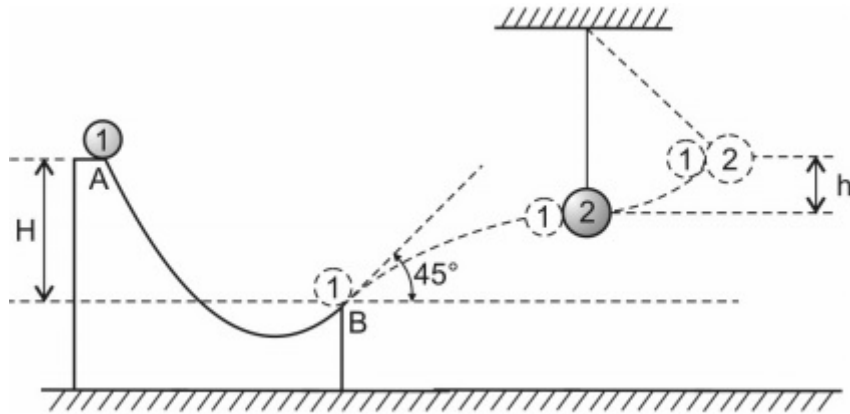
- a) $a = 1$ e $c = 1$
- b) $a = 0,2$ e $c = 1$
- c) $a = 1$ e $c = 2$
- d) $a = 0,2$ e $c = 2$
- e) $a = -0,2$ e $c = -1$

Questão 2: Na Figura abaixo, os três sistemas estão em repouso. Considerando que as roldanas podem girar sem atrito e são consideradas de massa desprezível assinale a alternativa que representa o sistema que irá apresentar uma maior aceleração do conjunto de massas.



- a) I
- b) II
- c) III
- d) I e III
- e) I, II e III

Questão 3: A Figura abaixo mostra a descida de uma partícula 1 ao longo de um trilho curvilíneo. Partindo do repouso em A, a partícula chega ao ponto B, que está a uma distância vertical H abaixo do ponto A, de onde, então, é lançada obliquamente, com um ângulo de 45° com a horizontal. A partícula, agora, descreve uma trajetória parabólica e, ao atingir seu ponto de altura máxima, nessa trajetória, ela se acopla a uma partícula 2, sofrendo, portanto, uma colisão inelástica. Essa segunda partícula possui o dobro de massa da primeira, está em repouso antes da colisão e está presa ao teto por um fio ideal, de comprimento maior que H , constituindo, assim, um pêndulo.



Considerando que apenas na colisão atuaram forças dissipativas, e que o campo gravitacional local é constante. O sistema formado pelas partículas 1 e 2 atinge uma altura máxima h igual a:

- a) $H/2$
- b) $H/3$
- c) $H/9$
- d) $H/16$
- e) $H/18$

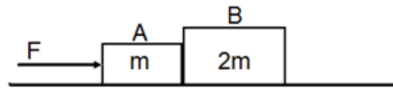
Questão 4: Considere a matriz a seguir:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

O posto da matriz é

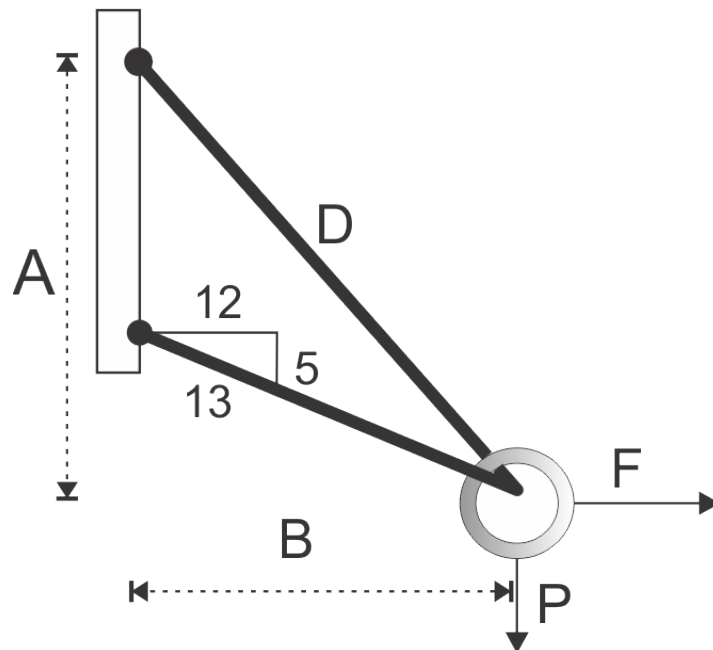
- a) Zero
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

Questão 5: No diagrama da Figura abaixo, dois blocos A e B com massas m e $2m$, respectivamente, estão em contato com uma superfície sem atrito e horizontal. Assumindo que uma dada força F seja aplicada ao bloco A, qual seria a força exercida pelo bloco A sobre o bloco B?



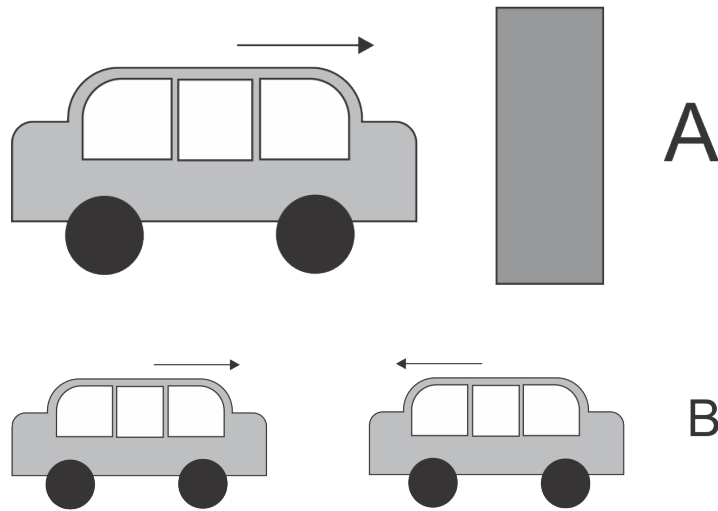
- a) $F/2$
- b) $F/3$
- c) $3F/2$
- d) $2F/3$
- e) $2F$

Questão 6: Considere o sistema mostrado na figura abaixo. Calcule a força F em função das distâncias A , B e D e da força Peso P , sabendo que o sistema está em equilíbrio e que é uma única corda que passa pelo cilindro.



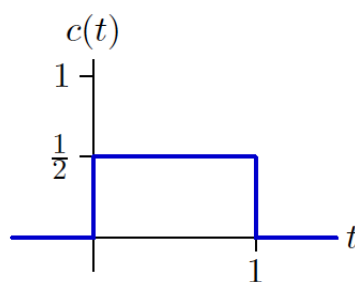
- a) $F = P(12D+13B)/(5D+13A)$
- b) $F = P(13D)/(5D+13A)$
- c) $F = P(12D+13A)/(5D+13B)$
- d) $F = P(12B+13D)/(5A+13D)$
- e) $F = P(5D+13B)/(12D+13A)$

Questão 7: Em um “*crash test*” um carro, a 50km/h, colide de forma inelástica com uma parede rígida (item A da Figura abaixo). Supondo que se deseje realizar o “*crash test*” com dois carros (iguais ao carro utilizado no teste anterior), cada um na direção oposta, colidindo de frente (item B da Figura abaixo). Para que a colisão novamente seja de forma inelástica e com deformação igual ao teste anterior, qual a velocidade dos carros na hora da colisão?



- a) 12,5 km/h
- b) 25,0 km/h
- c) 50,0 km/h
- d) 75,0 km/h
- e) 100,0 km/h

Questão 8: Considere o seguinte sinal em tempo contínuo:



Sabendo que “ $*$ ” representa a operação de convolução em tempo contínuo, podemos afirmar que $n(t) = c(t) * c(t)$ é um sinal:

- a) Não causal
- b) Com valor máximo igual a 1
- c) Simétrico
- d) Com valor máximo em $t = 10s$
- e) Com valor máximo em $t = 0s$

Questão 9: Sobre as principais características de sinais e sistemas lineares, considere as seguintes afirmações incompletas:

- (1) Um sistema é dito ser _____ se a saída atual depende apenas das entradas atual e passadas.
 (2) Um sistema é dito ser _____ se o sinal de entrada do sistema é formado por uma combinação linear de diferentes sinais, então a saída do sistema será formada pela mesma combinação linear aplicada aos sinais de saída, gerados separadamente por cada sinal que compõe o sinal de entrada.
 (3) Um sistema é dito ser _____ se, para todo estado $x(t)$, toda entrada $u(t)$ e toda saída $y(t)$, tal que:

$$\left. \begin{array}{l} x(t_0) \\ u(t), t \geq t_0 \end{array} \right\} \rightarrow y(t), t \geq t_0$$

e considerando qualquer T , temos que:

$$\left. \begin{array}{l} x(t_0 + T) \\ u(t - T), t \geq t_0 + T \end{array} \right\} \rightarrow y(t - T), t \geq t_0 + T$$

- (4) Um sistema é dito ser _____ se a saída atual depende apenas da entrada atual.
 (5) Um sistema é dito ser _____ se apresenta múltiplas entradas e múltiplas saídas.
 (6) Um sistema é dito ser _____ se apresenta múltiplas entradas e uma única saídas.
 (7) Um sistema é dito ser _____ se, uma vez modelado pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned}$$

para qualquer estado inicial $x(0) = x_0$ e qualquer estado final x_1 , existe um sinal de entrada que transfere o sistema do estado inicial x_0 para o estado final x_1 em um tempo finito.

- (8) Um sistema é dito ser _____ se, uma vez modelado pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned}$$

para qualquer estado inicial $x(0) = x_0$ desconhecido, existe um tempo finito $t_1 > 0$ tal que, conhecendo-se a entrada $u(t)$, $0 \leq t \leq t_1$ e a saída $y(t)$, $0 \leq t \leq t_1$ é suficiente para determinar de forma única o estado inicial $x(0)$.

Encontre uma correlação, quando existir, entre as sentenças de (1) a (8) e os itens abaixo, numerando cada item de forma a completar adequadamente as afirmativas apresentadas.

- () Controlável
- () Invariante no tempo
- () Linear
- () MIMO
- () Causal

A sequência correta que numera a segunda coluna, de cima para baixo é:

- a) 8, 3, 2, 5 e 6;
- b) 8, 4, 3, 2 e 1;
- c) 7, 3, 4, 1 e 6;
- d) 7, 3, 2, 5 e 1;
- e) 3, 2, 1, 4, 5;

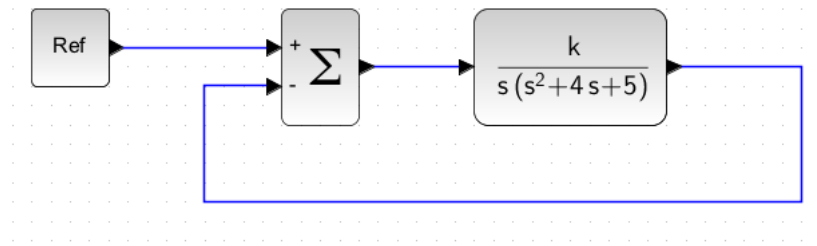
Questão 10: Considere o código a seguir:

```
void Ordena(int a[], int n) {
    int i = n / 2, pai, filho, t;
    while(true) {
        if (i > 0) {
            i--;
            t = a[i];
        } else {
            n--;
            if (n == 0) return;
            t = a[n];
            a[n] = a[0];
        }
        pai = i;
        filho = i * 2 + 1;
        while (filho < n) {
            if ((filho + 1 < n) && (a[filho + 1] > a[filho]))
                filho++;
            if (a[filho] > t) {
                a[pai] = a[filho];
                pai = filho;
                filho = pai * 2 + 1;
            } else {
                break;
            }
        }
        a[pai] = t;
    }
}
```

A estratégia apresentada no código acima, em linguagem C, refere-se ao método de ordenação:

- a) Bubblesort
- b) Mergesort
- c) Insertion Sort
- d) Quicksort
- e) Heapsort

Questão 11: Considere o seguinte sistema



onde “Ref” corresponde a um sinal de referência do tipo degrau unitário, $k > 0$ é o ganho de um controlador proporcional, e “s” é a variável complexa relacionada com a transformada de Laplace. Para que faixa de valores de k o sistema é instável?

- a) $30 < k < 40$
- b) $1,85 < k < 2$
- c) $10 < k < 15$
- d) $2 < k < 19$
- e) $0 < k < 1,9$

Questão 12: Considere as seguintes afirmativas com relação às aplicações práticas de controladores em ambientes industriais.

I- Controle em cascata, controle *feedforward* e controle *override* são algumas das possíveis formas de se utilizar controladores PID em ambientes industriais;

II- Em uma estrutura de controle em cascata o controlador mestre, presente na malha mais externa, recebe como *set point* (SP) a saída do controlador escravo, presente na malha mais interna.

III- Em uma estrutura de controle em cascata, uma vez que a malha escrava precisa acompanhar um sinal de referência determinado pelo controlador da malha mestre, é de grande importância que a dinâmica da malha mestre seja mais lenta que a dinâmica da malha escrava.

IV- Também conhecida como controle seletivo, um controlador *override* opera basicamente em função do seletores de sinal (alto ou baixo), sendo comumente utilizado em situações onde existem duas variáveis que se deseja controlar (duas variáveis de processo - *PVs*) e uma única variável que se pode manipular (uma variável manipulada - *MV*).

V- No controle *feedforward* o controlador usa o sinal do erro de rastreamento da referência ($e(t) = r(t) - y(t)$ ou $e = SP - PV$) para determinar uma ação de controle a ser enviada para a planta.

Assinale a alternativa que contém apenas afirmativas corretas.

- a) I, II e IV
- b) I, III e IV
- c) II, III e V
- d) II, III e IV
- e) III, IV e V

Questão 13: Seja o sistema apresentado a seguir

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 10\alpha^2 \\ 0 & \alpha - 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \alpha x(t) + u(t)$$

onde $\alpha \in \mathbb{R}$. Para que valores de α o sistema é assintoticamente estável?

- a) $\alpha > 0$
- b) $\alpha < 1$
- c) $\alpha > 1$
- d) $\alpha < 2$
- e) $\alpha > 2$

Questão 14: Considere um sistema linear, invariante no tempo, causal, cuja resposta ao degrau unitário é dada por $r(t) = (e^{-2t} - 1)u_{-1}(t)$, sendo $u_{-1}(t)$ a função degrau unitário, definida por:

$$u_{-1}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

A equação diferencial que representa a relação entre sua entrada $u(t)$ e sua saída $y(t)$ é dada por:

- a) $\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = u(t)$
- b) $\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = -u(t)$
- c) $\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = -2u(t)$
- d) $\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 2u(t)$
- e) $\frac{dy(t)}{dt} - y(t) = 2u(t)$

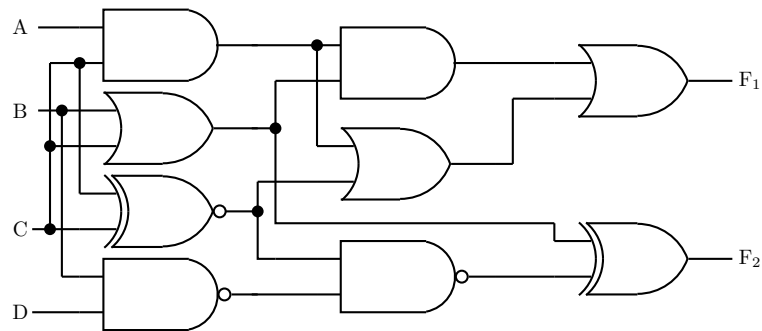
Questão 15: Considere a seguinte expressão

$$F = (A + \overline{BD}) \oplus \overline{\overline{C} \oplus BA}$$

Utilizando os conceitos da álgebra Booleana, onde \bar{x} indica a operação de inversão da variável x e \oplus indica a operação de ou exclusivo, a simplificação da expressão acima resulta em:

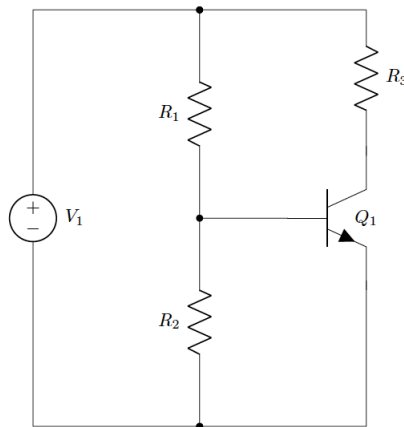
- a) $F = \overline{A}BC + \overline{A}\overline{B}C + AC\overline{D}$
- b) $F = \overline{A}B + \overline{C}D$
- c) $F = \overline{A}\overline{C}\overline{D} + BCD + ABC + \overline{B}\overline{C}$
- d) $F = 0$
- e) $F = ABC + \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{C}$

Questão 16: Para o circuito apresentado na Figura abaixo é correto afirmar que:



- a) $F_2 = \overline{A}\overline{C} + B + C$
- b) $F_1 = \overline{A}\overline{C} + AB + AC$
- c) $F_2 = AB + CD$
- d) $F_1 = \overline{A}\overline{C} + AC$
- e) $F_2 = AB + \overline{D}\overline{C}$

Questão 17: No circuito a seguir, $R_1 = 1K\Omega$, $R_2 = 1M\Omega$, $V_1 = 1.6V$ e Q_1 um transistor com junção Base-Emissor cujo potencial de polarização direta é $0.6V$. O ganho do transistor é $\beta = 1000$. Qual o valor que o resistor R_3 deve ter para que a corrente consumida pela fonte seja de **aproximadamente** $1A$?



- a) $R_3 = 2,1\Omega$
- b) $R_3 = 4,2\Omega$
- c) $R_3 = 3,3\Omega$
- d) $R_3 = 2,4\Omega$
- e) $R_3 = 0,1\Omega$

Questão 18: A função de cinemática direta associada a um mecanismo de braço manipulado robótico com N juntas mapeia o vetor de variáveis de juntas \mathbf{q} , de dimensão $N \times 1$, na localização correspondente, (posição e orientação), do órgão terminal, relativa à base do braço robótico. Esta localização geralmente é representada por meio de uma matriz de transformação homogênea, ${}^0\mathbf{T}_N$, de dimensão 4×4 . Já a cinemática inversa mapeia uma localização desejada, a ser alcançada pelo órgão terminal em um vetor de variáveis de juntas correspondente \mathbf{q}^* . A localização desejada também geralmente é representada por meio de uma transformação homogênea ${}^0\mathbf{T}_N^*$. Considere as afirmações abaixo, relacionadas aos problemas de cinemática direta e cinemática inversa de manipuladores robóticos.

- I - A função de cinemática direta sempre é um mapeamento um-para-um, ou seja, dado um valor específico do vetor de variáveis de juntas \mathbf{q} , existe apenas uma única localização possível ${}^0\mathbf{T}_N = {}^0\mathbf{T}_N(\mathbf{q})$ para o órgão terminal, correspondente a \mathbf{q} .
- II - A cinemática inversa sempre é um mapeamento um-para-um, ou seja, dado um valor especificado para a localização desejada do órgão terminal ${}^0\mathbf{T}_N^*$, existe uma única solução possível para o vetor de variáveis de juntas \mathbf{q}^* correspondente.
- III - Sempre existe uma solução \mathbf{q}^* para a cinemática inversa qualquer que seja o valor especificado para a localização desejada especificada para o órgão terminal ${}^0\mathbf{T}_N^*$.

Em relação às afirmações acima, determine a alternativa correta abaixo.

- a) Todas as três afirmações são verdadeiras.
- b) Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
- c) Apenas as afirmações II e III são verdadeiras.
- d) Apenas a afirmação II é verdadeira.
- e) Apenas a afirmação I é verdadeira.

Questão 19: A Matemática nos fornece algumas maneiras, algumas mais práticas outras não, dependendo do problema a ser abordado, para se representar e trabalhar com a transformação de rotação em Visão Robótica, sendo as soluções tradicionais fornecidas pela Álgebra Linear:

- I - uso de espaços variantes multidimensionais de um sistema de referência para outro.
- II - uso de cossenos diretores; uso de ângulos de Euler; uso de eixo e ângulo.
- III - uso de bases vetoriais ortonormalizadas para representar a rotação.
- IV - uso de cossenos diretores; uso de eixo e ângulo; uso de quatérnios.
- V - uso de cossenos diretores; uso de ângulos de Euler; uso de eixo e ângulo; uso de quatérnios.

Análise as afirmações e escolha a alternativa abaixo que indica quais das assertivas acima estão corretas:

- a) II, III e IV
- b) I, III e V
- c) II, IV e V
- d) II e V
- e) I, III e IV

Questão 20: Em robótica, costuma-se representar a orientação relativa de um objeto em relação a outro por meio de matrizes de rotação. Considere a matriz de rotação abaixo:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

onde a matriz R pode ser expressa como o produto de duas matrizes de rotação R_1 e R_2 tais que $R = R_1 R_2$. Desta forma, pode-se considerar que R_1 e R_2 , respectivamente, correspondem a:

- a) Uma rotação de 90° em torno do eixo \mathbf{x} e uma rotação de 90° em torno do eixo \mathbf{z} .
- b) Uma rotação de 90° em torno do eixo \mathbf{x} e uma rotação de 90° em torno do eixo \mathbf{y} .
- c) Uma rotação de 90° em torno do eixo \mathbf{z} e uma rotação de 90° em torno do eixo \mathbf{y} .
- d) Uma rotação de 90° em torno do eixo \mathbf{y} e uma rotação de 90° em torno do eixo \mathbf{x} .
- e) Uma rotação de 90° em torno do eixo \mathbf{y} e uma rotação de 90° em torno do eixo \mathbf{z} .