

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE	
PROVA ESCRITA	
Edital nº:	023/2018-PROGESP
Carreira:	(X) MAGISTÉRIO SUPERIOR () MAGISTÉRIO EBTT
Unidade Acadêmica:	Departamento de Engenharia de Produção – Campus de Natal/RN
Área de Conhecimento:	Pesquisa Operacional

QUESTÃO 1: (valor: 0,00 a 1,00 ponto)

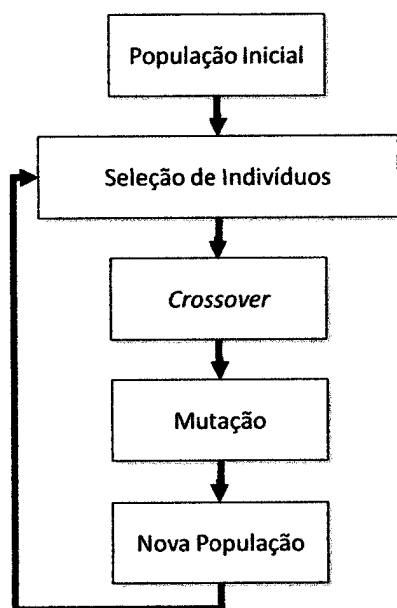
Por que problemas da subárea chamada de “Programação Inteira Mista” (considerando a obtenção da solução ótima) têm maior custo computacional em sua resolução que problemas considerados de “Programação Linear”? Responda com foco nas características gerais dos problemas e princípios gerais dos mecanismos de resolução, **sem citar algoritmos específicos**.

Problema de PIM são também problemas de PL, mas a região de soluções factíveis não é contínua. Isso faz com que sejam necessários mecanismos para busca nesse espaço descontínuo. Enquanto podemos usar os coeficientes angulares das restrições para definir para onde caminhar no espaço de busca de forma contínua para problemas de PL até atingir uma solução ótima, o mesmo não ocorre com problemas de PIM. Dessa forma, é comum se usarem técnicas que fazem buscas inteligentes pelo espaço de soluções (fragmentando-o em problemas de PL menores, ao acrescentar novas restrições artificiais, por exemplo). Como a busca ocorre em vários espaços fragmentados em vez de apenas um grande espaço de solução único, os seus algoritmos possuem, naturalmente, um maior custo computacional.



QUESTÃO 2: (valor: 0,00 a 1,00 ponto)

O Algoritmo Genético usa o princípio da Seleção Natural de Darwin para a resolução de problemas de Programação Matemática. O algoritmo mostrado a seguir é um exemplo simples de Algoritmo Genético (com geração da população, seleção de indivíduos, *crossover* e mutação). A fase de *crossover* foi realizada usando um operador de *crossover* de 2 pontos ("2-point crossover"). Escreva esse trecho em pseudocódigo e contextualize em poucas palavras com o resto do algoritmo.



Exemplo de *Crossover*:

Cromossomo 1:

1	0	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---

Cromossomo 2:

0	0	1	0	0	1
---	---	---	---	---	---

***Crossover* de 2 pontos (gerando cromossomos 3 e 4)**

aleatório 1 *aleatório 2*

1	0	1	1	1	0
0	0	1	0	0	1

1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1

ef *CD*

```

a1 ← aleatórioInteiro(0; 5)
a2 ← aleatórioInteiro(0; 5)
SE a1 < a2 FAÇA
    menor ← a1
    maior ← a2
SENÃO
    menor ← a2
    maior ← a1
FIM_SE

cromossomo3 ← cópia de cromossomo1
cromossomo4 ← cópia de cromossomo2
PARA i de 0 ATÉ 5 FAÇA
    SE (i >= menor) E (i <= maior) FAÇA
        temp ← cromossomo1[i]
        cromossomo1[i] ← cromossomo2[i]
        cromossomo2[i] ← temp
    FIM_SE
FIM_PARA

```

É nesta fase (*crossover*) que os genes são passados dos pais para os filhos, gerando soluções de qualidade diferentes dos pais. Após a execução da fase seguinte, de mutação (que ocorre com uma pequena chance), deve-se escolher que indivíduos farão parte da nova população entre “pais” e “prole”. O critério de seleção usado deve proporcionar aos indivíduos de maior valor de função objetivo terem mais chances de comporem a nova geração.

A nova geração terá indivíduos diferentes dos originais mas os genes considerados bons para a função objetivo devem se propagar com maior facilidade. Por sua vez, a técnica usada na fase de seleção deverá privilegiar, em algum nível, aqueles indivíduos com melhores valores de função objetivo, gerando mais uma vez a intensificação na busca. A partir desse ponto, o ciclo recomeça.

Estando os parâmetros bem calibrados, os melhores genes se propagarão de geração para geração.




QUESTÃO 3: (valor: 0,00 a 2,00 pontos)

A seguir está apresentado um modelo matemático para o Problema de Roteirização de Veículos Capacitados com um único depósito, um dos modelos de Programação Inteira mais utilizados na Engenharia de Produção. O objetivo é atender às demandas de todos os clientes, usando veículos que partem de um único depósito, realizam as entregas e, então, retornam ao mesmo ao final de suas respectivas rotas. Responda aos itens que se seguem considerando esse modelo:

$C \rightarrow$ conjunto de clientes

$K \rightarrow$ conjunto de veículos

$E \rightarrow$ conjunto de arestas do grafo

$N \rightarrow$ conjunto de nós do grafo ($N = C \cup \{0, n+1\}$)

$$Z = \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ijk}$$

Função objetivo (1)

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in C$$

Restrições de que todos os clientes devem ser atendidos (2)

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K$$

Restrições de que todos os veículos devem sair do depósito (3)

$$\sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} x_{i(n+1)k} = 1 \quad \forall k \in K$$

Restrições de que todos os veículos devem retornar ao depósito (4)

$$\sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} x_{ihk} - \sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{hjk} = 0 \quad \forall h \in C \quad \forall k \in K$$

Restrições de conservação de fluxo (5)

$$\sum_{i \in C} d_i \left(\sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{ijk} \right) \leq Q, \quad \forall k \in K$$

Restrições de que a capacidade dos veículos deve ser maior ou igual às demandas do cliente da rota (6)

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad S \subset C, \quad 2 \leq |S| \leq n, \quad \forall k \in K$$

Restrições de eliminação de sub-rotas (7)

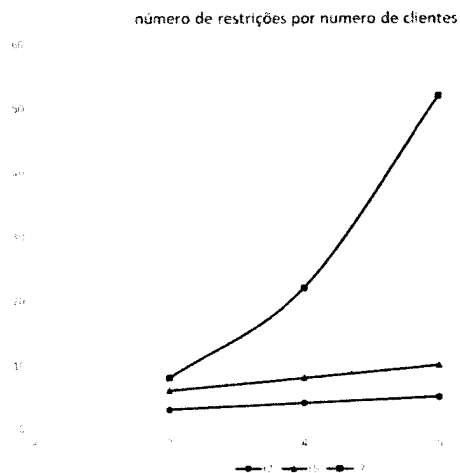
$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in E, \quad \forall k \in K$$

Variável de decisão (8)

- a) **valor (0,00 a 1,00 ponto)** Dentre as restrições apresentadas no modelo, existe um grupo que, de uma forma geral, possui custo computacional muito maior que todos os outros (quando buscamos resolver de forma exata). Indique que restrições são essas (escolha o número da linha para indicar as restrições, **apenas um**) e defenda a sua escolha explicando em detalhes essas restrições e o que faz elas aumentarem o custo de resolução, à luz da teoria da Complexidade Computacional.
- b) **valor (0,00 a 1,00 ponto)** Se usarmos uma Metaheurística para resolver o problema e considerando que desejemos despendar o menor esforço computacional possível para representar as soluções, como lidaríamos com essas restrições que você indicou? Comente sobre como essas interfeririam no custo computacional para esse método.

a) Quantidade de restrições por número de clientes para cada tipo de restrição:

Restrições	Quantidade de restrições	$ K =2$ e $ C =3$	$ K =2$ e $ C =4$	$ K =2$ e $ C =5$
(2)	$ C $ restrições	3 restrições	4 restrições	5 restrições
(3)	$ K $ restrições	2 restrições	2 restrições	2 restrições
(4)	$ K $ restrições	2 restrições	2 restrições	2 restrições
(5)	$ C * K $ restrições	6 restrições	8 restrições	10 restrições
(6)	$ K $ restrições	2 restrições	2 restrições	2 restrições
(7)	$ K * (2^{ C } - C - 1)$ restrições	8 restrições	22 restrições	52 restrições



A quantidade de restrições do tipo (7) cresce na ordem 2^n em relação ao número de clientes, fazendo com que seja a de pior custo computacional. Essas restrições de eliminação de sub-rotas fazem com que qualquer sub-conjunto de clientes possível tenha, no máximo, um total de arestas usadas (que têm variável de decisão igual a um) igual à sua cardinalidade menos um. Assim nenhum sub-conjunto forma uma sub-rota.

Esse aumento abrupto do custo para sua resolução com o aumento do número de nós é característico de problemas NP-Hard. Como o problema em

questão pode ser reduzido ao Problema do Caixeiro Viajante, que é NP-hard, ele também pode ser classificado como NP-Hard.

b) Ao resolvermos usando uma Metaheurística, podemos representar a solução simplesmente usando um vetor com a sequência dos clientes para cada veículo, como mostrado a seguir:

2	1	7	5	3	4	6	0	3	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

O vetor apresenta a sequência de clientes antes do 0, para dois veículos, e quantos clientes considerar para cada veículo, após o 0. Na solução apresentada, por exemplo, um veículo atende os cliente 2, 1 e 7, enquanto o outro atende, 5, 3, 4 e 6, nessa ordem.

Como o formato já apresenta a solução com sempre duas rotas, uma para cada veículo, nunca forma sub-rotas fazendo esse tipo de restrição desnecessário.

(Assinaturas)

QUESTÃO 4: (valor: 0,00 a 1,50 pontos)

Uma empresa no ramo de petróleo e gás, localizada no estado do Rio Grande do Norte, possui três refinarias (R_1 , R_2 e R_3) que produzem gasolina do tipo Podium, um tipo de combustível automotivo que possui índice de 97% de octanagem. Essas refinarias são responsáveis por abastecer quatro centrais de distribuição (CD_1 , CD_2 , CD_3 e CD_4) que, por sua vez, abastecem regiões distintas, em suas respectivas áreas de atuação.

Como as refinarias e as centrais de distribuição ficam em diferentes locais, a empresa deseja saber quantos tonéis de gasolina deve enviar de cada refinaria para cada centro de distribuição semanalmente. Os custos de transporte por tonel (\$/tonel), estão explicitados na tabela a seguir.

Refinaria	Central de Distribuição			
	CD1	CD2	CD3	CD4
R_1	---	16	20	14
R_2	10	---	15	33
R_3	12	18	24	---

Obs.: O traço (---) indica que a refinaria R_i não está apta a entregar o combustível no centro de distribuição CD_j .

Sabe-se que os centros de distribuição CD_1 , CD_2 , CD_3 e CD_4 apresentam uma demanda mínima do combustível, conforme são indicadas na tabela abaixo. Os CDs 1 e 2, por sua vez, também possuem um limite máximo de consumo, indicado na terceira coluna da tabela que segue.

Centro de Distribuição	Demanda Mínima	Demanda Máxima
CD_1	200	380
CD_2	150	200
CD_3	280	---
CD_4	280	---

As Refinarias R_1 e R_2 dedicam apenas 20% de sua capacidade produtiva para a produção da gasolina Podium. Com isso, as instalações de cada uma dessas refinarias estão aptas a operar 24 horas por semana, se dedicando exclusivamente a produção de tal combustível. A Refinaria R_3 , no entanto, se dedica exclusivamente à produção da gasolina Podium, tendo capacidade de operar 140 horas por semana, produzindo apenas este tipo de combustível.

A Refinaria 3 é mais moderna dentre as três e consegue produzir até mil tonéis por hora da gasolina Podium, sendo que o custo de produção nesta refinaria é de \$22,90 por tonel. A Refinaria R_1 , por sua vez, usa um modelo rudimentar de produção, com capacidade de produzir até 230 tonéis do combustível Podium em uma hora, aproximadamente, tal que o custo de produção, nessa refinaria, é de \$ 15,50 por tonel. A Refinaria 2, por fim, consegue produzir 560 tonéis de gasolina em uma hora e custo de um tonel produzido nessa refinaria é de \$12,50.

Sabendo que o preço de venda por tonel de gasolina Podium em cada um desses CDs é de \$ 224, \$305, \$ 358 e \$ 400, respectivamente, formule o modelo de programação linear para designar a política de transporte das refinarias até os centros de distribuição, de modo a maximizar o lucro da referida empresa.

Sendo:

x_{ij} = Quantidade de gasolina podium enviada da refinaria i para o centro de distribuição j ;
 $i = 1, 2, 3$; e $j = 1, 2, 3, 4$.

O modelo de programação linear referente ao problema descrito é:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 224(x_{21} + x_{31}) + 305(x_{12} + x_{32}) + 358(x_{13} + x_{23} + x_{33}) + 400(x_{14} + x_{24}) \\ &\quad - 15,5(x_{12} + x_{13} + x_{14}) - 12,5(x_{21} + x_{23} + x_{24}) - 22,9(x_{31} + x_{32} + x_{33}) \\ &\quad - (16x_{12} + 20x_{13} + 14x_{14} + 10x_{21} + 15x_{23} + 33x_{24} + 12x_{31} + 18x_{32} + 24x_{33}) \\ &= 273,5x_{12} + 322,5x_{13} + 370,5x_{14} + 201,5x_{21} + 330,5x_{23} + 354,5x_{24} + 189,1x_{31} \\ &\quad + 264,1x_{32} + 311,1x_{33} \end{aligned}$$

Sujeito à:

$$x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 5.520$$

$$x_{21} + x_{23} + x_{24} \leq 13.440$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 140.000$$

$$x_{21} + x_{31} \leq 380$$

$$x_{21} + x_{31} \geq 200$$

$$x_{12} + x_{32} \leq 200$$

$$x_{12} + x_{32} \geq 150$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} \geq 280$$

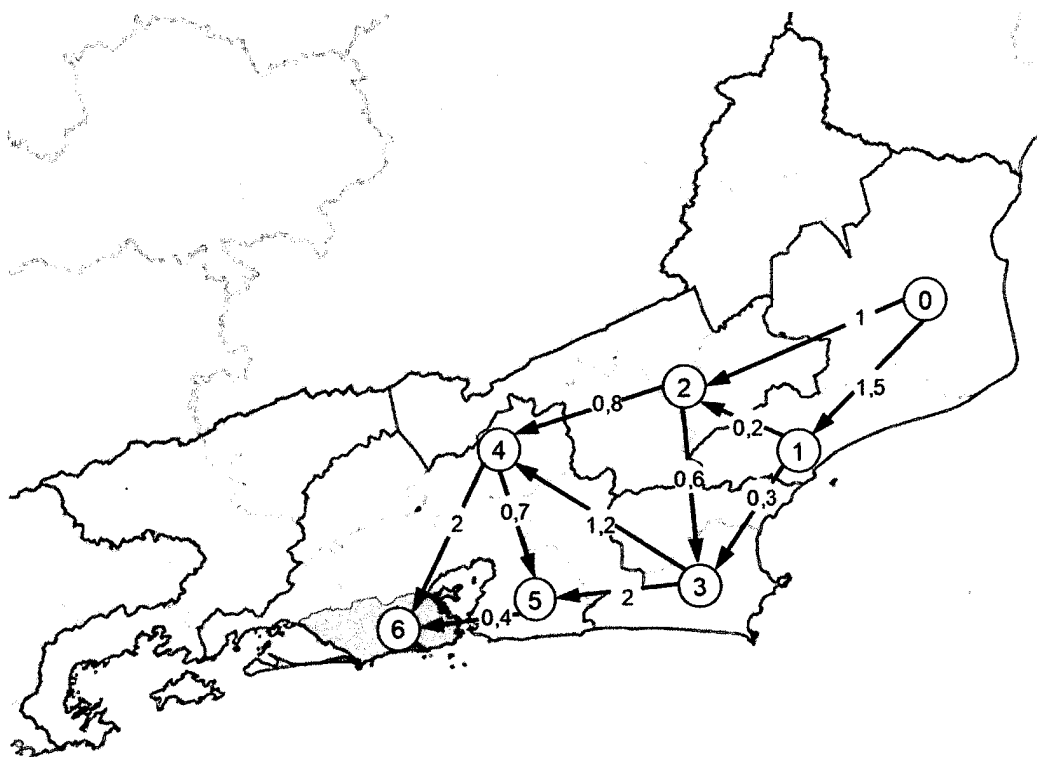
$$x_{14} + x_{24} \geq 280$$

$$x_{ij} \geq 0, x_{ij} \in \mathbb{Z}, \forall i, j$$



QUESTÃO 5: (valor: 0,00 a 1,50 pontos)

Você possui uma encomenda que precisa ser entregue no Rio de Janeiro (6), sendo que parte da encomenda se encontra em Campos dos Goytacazes (0) e a outra parte se encontra em Macuco (2). Seu objetivo é fazer com que ambas partes da encomenda cheguem ao destino final, gastando o menor tempo possível (considere que se o seu caminho passar por ambos os locais onde estão as partes, as mesmas serão coletadas). As possibilidades de deslocamento são apresentadas abaixo, em que os valores apresentados nos arcos representam o tempo médio, em horas, para realizar tal transição.



Com base nessas informações, formule o modelo de programação binária para determinar o caminho mais curto para ir de Campos dos Goytacazes (0) até o Rio de Janeiro (6), coletando todas as partes da encomenda.

Handwritten signature and initials.

Sendo:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o trecho de } i \text{ até } j \text{ é selecionado para compor o caminho mínimo;} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$i = 0, 2, \dots, 6; \text{ e } j = 0, 1, \dots, 6.$

O modelo de programação binária para determinar o menor caminho de 0 até 6, coletando todas as partes da encomenda, é:

$$\text{Min } Z = 1,5x_{01} + x_{02} + 0,2x_{12} + 0,3x_{13} + 0,6x_{23} + 0,8x_{24} + 1,2x_{34} + 2x_{35} + 0,7x_{45} + 2x_{46} + 0,4x_{56}$$

Sujeito à:

$$x_{01} + x_{02} = 1 \quad // \text{garante a coleta em 0}$$

$$x_{02} + x_{12} = 1 \quad // \text{garante a coleta em 2}$$

$$x_{01} - x_{12} - x_{13} = 0 \quad // \text{conservação de fluxo}$$

$$x_{02} + x_{12} - x_{23} - x_{24} = 0$$

$$x_{13} + x_{23} - x_{34} - x_{35} = 0$$

$$x_{24} + x_{34} - x_{45} - x_{46} = 0$$

$$x_{35} + x_{45} - x_{56} = 0$$

$$x_{46} + x_{56} = 1$$

$$x_{ij} \in \mathbb{B}, \forall i, j$$



QUESTÃO 6: (valor: 0,00 a 3,00 pontos)

“A Cadeia de Suprimentos é um conjunto de atividades funcionais (transportes, controle de estoques, etc.) que se repetem inúmeras vezes ao longo do canal pelo qual matérias-primas vão sendo convertidas em produtos acabados, aos quais se agrega valor ao consumidor.” (BALLOU, 2006, p. 29). Nesse contexto, o aumento dos custos tem ocasionado preocupação para as empresas, sobretudo nos custos logísticos. Os preços praticados no mercado não são tão flexíveis, por isso os gestores precisam reduzir custos, além disso, o mercado tem apresentado um aumento de concorrentes exigindo a necessidade do aumento do nível de serviço.

A partir desse contexto, descreva como proceder para estruturar a formação dos custos para uma cadeia de suprimentos a fim de determinar:

- a) (valor: 0,00 a 1,00 ponto) Quais são os clientes mais rentáveis?
- b) (valor: 0,00 a 1,00 ponto) Quais os canais de distribuição mais rentáveis?
- c) (valor: 0,00 a 1,00 ponto) Qual valor deveria aceitar pagar em caso de terceirização dos serviços?



Questão 6

A logística atravessa as funções organizacionais da companhia tradicional, com impacto de custo na maior parte das funções. Os sistemas de contabilidade convencionais não auxiliam na identificação desses impactos que atingem a companhia como um todo, a qual normalmente absorve os custos relacionados com a logística em outros elementos de custos.

O detalhamento e complexidade das informações do sistema de custeio dependem da diversidade de produtos que a empresa trabalha, das exigências dos consumidores ou dos canais de suprimentos utilizados. A melhoria na “visibilidade” dos custos logísticos deverá servir a vários propósitos para as empresas, quais sejam: identificação dos custos mais diretos, melhor entendimento da relação preço/volume, oportunidade de identificar possibilidade de redução de custos, melhorar a avaliação e justificativas de investimentos em novas tecnologias.

À medida que as cadeias de suprimentos se configuram, todos os envolvidos: fornecedores, distribuidores e produtores de bens precisam entender os ganhos e os custos dos trade-offs associados com os vários canais pelos quais os produtos e serviços são vendidos. É comum uma companhia produzir produtos para mais de um mercado.

As empresas vendem através de diferentes canais de distribuição como distribuidores, representantes, vendas diretas, catálogos ou catálogo restrito. Assim sendo, os distribuidores demandam pouco suporte da empresa, pois normalmente têm as regiões de vendas preestabelecidas. Em compensação, negociam descontos nos preços em compensações aos serviços por eles assumidos. Na outra ponta da corda está a força de vendas diretas ao consumidor, que requer supervisão constante no suporte e vendas. Existem algumas atividades que não podem ser desagregadas por consumidor, mercados ou canais de distribuição, mas que podem ser identificadas com algum direcionador de custos. De modo geral, os dados dos custos logísticos não existem de forma acessível e em formato usual. Diversos custos necessários para uma análise de rentabilidade dos produtos e clientes permanecem escondidos em diversos centros de custos tais como manufatura ou marketing.

Existem metodologias na literatura associada aos custos relacionados aos produtos, custos relacionados aos canais e custos relacionados aos clientes. Ao examinar a estrutura do método SCM Strategic Cost Management SCM (Gerenciamento Estratégico de Custos), observa-se a possibilidade dos gerentes entenderem os diferentes custos relacionados a cada uma das categorias, ou relacionados às interações das mesmas visando o processo de tomada de decisão.

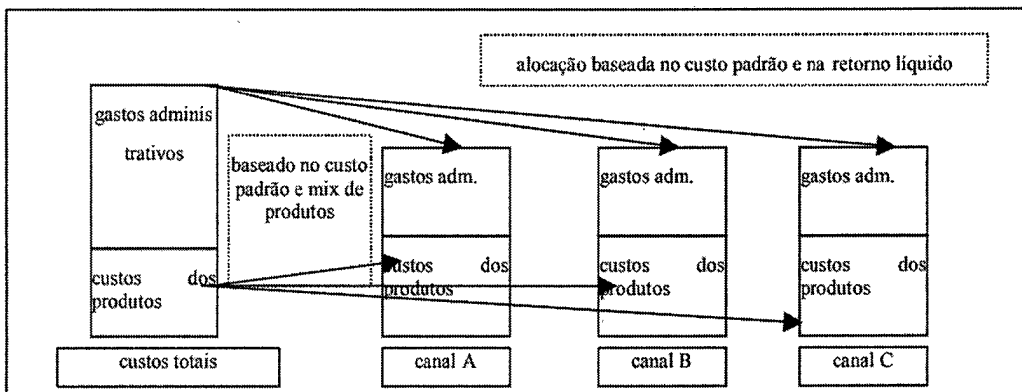


Figura 1: Abordagem Padrão para rentabilidade do canal de distribuição

Fonte: MANNING (1995, p. 46)

ef p X

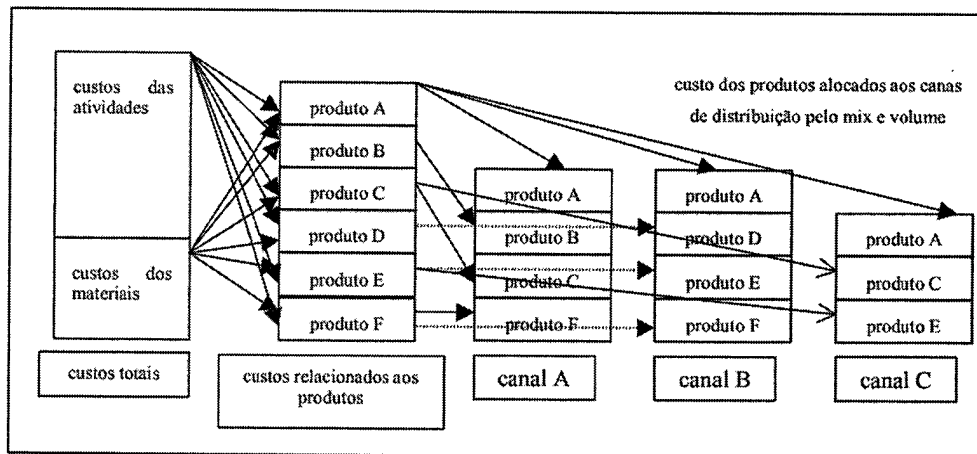


Figura 2: Abordagem ABC para rentabilidade do canal de distribuição
Fonte: MANNING (1995, p. 46)

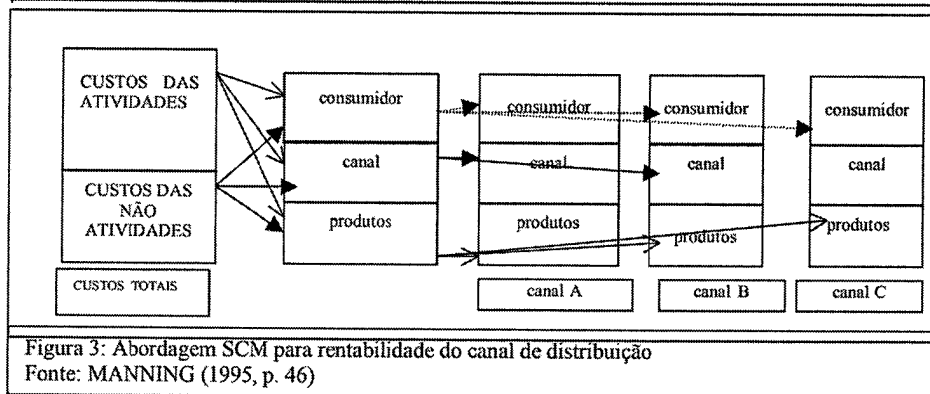


Figura 3: Abordagem SCM para rentabilidade do canal de distribuição
Fonte: MANNING (1995, p. 46)

Um método mais refinado para a identificação de rentabilidade do canal de distribuição é o ABC, apresentado na figura 2. Esse método apresenta maior precisão que o modelo tradicional, onde os custos fixos (overheads) são alocados às linhas de produtos de forma mais lógica e rigorosa, através dos direcionadores de custos.

A metodologia SCM proposta por Manning (1995) é descrita em quatro etapas, conforme a Figura 3. A primeira consiste em separar os custos organizacionais em custos de atividades e custos de não-atividades. A segunda etapa consiste em identificar o comportamento dos custos quer sejam de atividades ou de não atividades. O terceiro passo é alocar estes custos para os produtos, canais de distribuição ou consumidores que lhe forem de responsabilidade. Na última etapa do método deve-se posicionar os elementos de custos dos produtos, canais e consumidores em sistemas que permitam uma visão integrada dos negócios.

[Assinaturas manuscritas]