

ANEXO V

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE	
FICHA DE EXPECTATIVA DE RESPOSTA DA PROVA ESCRITA	
Edital nº:	035/2017
Carreira:	(X) MAGISTÉRIO SUPERIOR () MAGISTÉRIO EBTT
Unidade Acadêmica:	DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA
Área de Conhecimento:	PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

GABARITO DAS QUESTÕES DE MÚLTIPLA ESCOLHA									
1		5		9		13		17	
2		6		10		14		18	
3		7		11		15		19	
4		8		12		16		20	

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO PARA TODAS AS QUESTÕES DISCURSIVAS

- Clareza e propriedade no uso da linguagem;
- Coerência e coesão textual;
- Domínio dos conteúdos, evidenciando a compreensão dos temas objeto da prova;
- Domínio e precisão no uso de conceitos;
- Coerência no desenvolvimento das ideias e capacidade argumentativa.

Questão 1: Defina e exemplifique de forma dissertativa sobre: **Valor (0,00 a 2,50 pts)**

- (a) Espaço de probabilidade; **Valor (0,90)**
- (b) Probabilidade condicional; **Valor (0,80)**
- (c) Defina independência de n eventos e apresente dois exemplos: um exemplo em que três eventos são mutuamente independentes e um outro exemplo em que os eventos são independentes dois a dois mais eles não são mutuamente independentes. **Valor (0,80)**



- (a) Espaço de probabilidade;
Experimento aleatório, espaço amostral e evento;
 σ -álgebra;
Definição axiomática de probabilidade;
Espaço de probabilidade.
- (b) Probabilidade condicional;
Definição de probabilidade condicional;
Exemplo;
- (c) Defina independência de n eventos e apresente exemplos.
Definir independência de n eventos;
Apresentar um exemplo em que os eventos são mutuamente independentes;
Apresentar um exemplo em que os eventos não são mutuamente independentes.

Questão 2: Considerando uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas: **Valor (0,00 a 2,00 pts)**

- (a) Enuncie a Lei Fraca e a Lei Forte dos grandes números e exemplifique; **Valor (1,00)**
- (b) Enuncie e prove o Teorema Central do Limite e exemplifique. **Valor (1,00)**

- (a) Enuncie a Lei Fraca e a Lei Forte dos grandes números e exemplifique;
Enunciar a lei fraca dos grandes números e exemplificar;
Enunciar a lei forte dos grandes números e exemplificar;
- (b) Enuncie e prove o Teorema Central do Limite e exemplifique.
Enunciar o teorema central do limite;
Exemplos;

Questão 3: **Valor (0,00 a 2,00 pts)**

- (a) Defina rigorosamente Teste Uniformemente Mais Poderoso (TUMP); **Valor (0,50)**
- (b) Apresente resultados de TUMP em famílias que tem razão de verossimilhanças monótona e exemplifique. **Valor (1,50)**

- (a) Definir rigorosamente Teste Uniformemente mais Poderoso (TUMP);
- (b) Definir família que tem razão de verossimilhanças monótona, exemplificar e apresentar as condições em que podemos obter TUMP nessa família e exemplificar.



Questão 4: Considere o modelo de regressão,

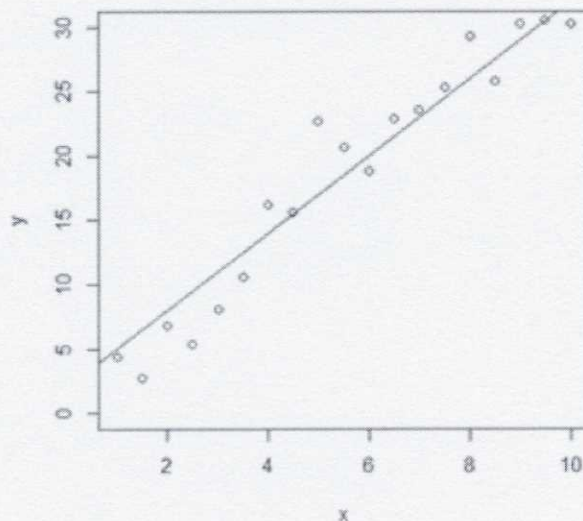
$$Y = X\beta + \epsilon,$$

sendo $X = (1, x_1, \dots, x_n)$ uma matriz $n \times p$ com $x_l = (x_{1l}, \dots, x_{pl})^T$, $l = 1, \dots, n$, um vetor de variáveis explicativas associadas à l -ésima variável resposta y_l , $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_p)^T$ um vetor de parâmetros desconhecidos a ser estimado e $\epsilon = (\epsilon_1, \dots, \epsilon_n)^T$ um vetor de variáveis aleatórias. **Valor (0,00 a 2,00 pts)**

- (a) Quais as suposições usuais estabelecidas para esse modelo? Considerando essas suposições, mostre que $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$ é um estimador não viesado para β . **Valor (0,50)**
- (b) Quais as suposições para que o estimador $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$ apresente menor variância? Que resultado garante esse fato? **Valor (1,00)**
- (c) Considere o modelo de regressão linear simples,

$$Y_l = \beta_0 + \beta_1 x_{1l} + \epsilon_l, \quad l = 1, \dots, n.$$

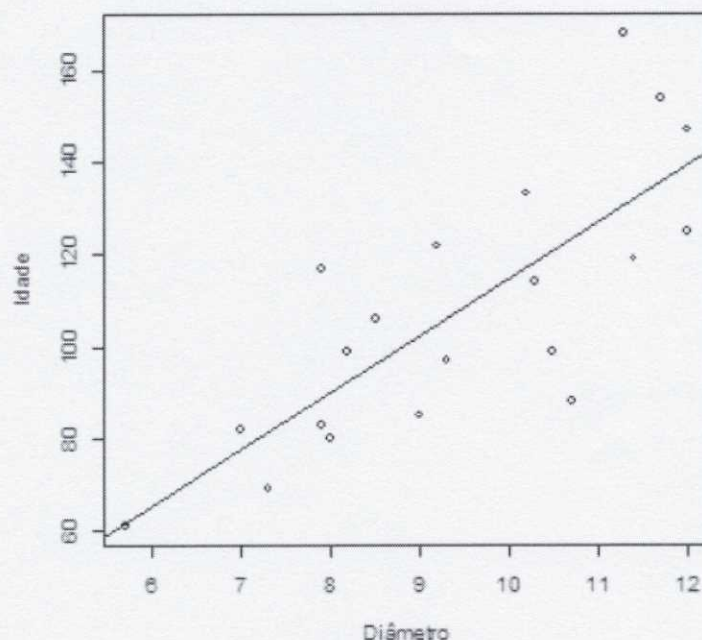
Considerando as suposições estabelecidas no item (a) e a figura abaixo, qual o significado dos parâmetros β_0 e β_1 ? **Valor (0,50)**



- (a) Enunciar as suposições necessárias para obter o estimador de mínimos quadrados de β ou as suposições necessárias para obter o estimador de máxima verossimilhança de β e mostrar que $E(\hat{\beta}) = \beta$;
- (b) Enunciar o teorema de Gauss-Markov.
- (c) Interpretação do parâmetro β_0 : valor esperado da variável resposta quando $x_{1l} = 0$, isto é, $E(Y_l) = \beta_0 + \beta_1 \times 0 = \beta_0$.
Interpretação do parâmetro β_1 : a mudança na média da distribuição de Y_l quando x_{1l} aumenta em uma unidade.

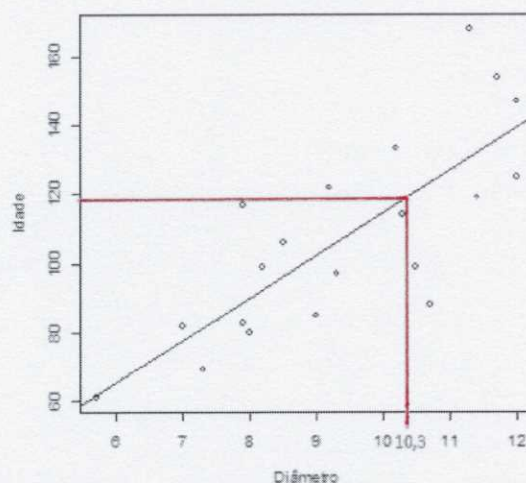
[Handwritten signatures and marks]

Questão 5: Engenheiros florestais desejam estimar a idade média das árvores em um determinado local. Uma das formas de determinar a idade é contar os anéis de crescimento da árvore. No entanto, essa tarefa é bem trabalhosa. Mas, em geral, quanto mais antiga é a árvore, maior é o seu diâmetro. O diâmetro das árvores é uma medida de fácil obtenção. Os engenheiros florestais mediram o diâmetro de todas as 1132 árvores do local e encontraram que a média populacional é igual a 10,3. Eles também selecionaram uma amostra aleatória simples sem reposição de 20 árvores desta população e determinaram a idade. O gráfico abaixo ilustra a relação entre o diâmetro e a idade das 20 árvores da amostra. **Valor (0,00 a 0,50 pts)**



- (a) Qual estimador você recomendaria para estimar a idade média das árvores? Justifique a sua resposta. **Valor (0,25)**
- (b) Ilustre no gráfico qual seria a estimativa da idade média das árvores utilizando o método recomendado por você no item (a) e escreva a equação correspondente. **Valor (0,25)**

- (a) Estimador Regressão, pois existe claramente uma relação linear entre o diâmetro e a idade da árvore indicada na figura apresentada.
- (b) $\hat{y} = b_0 + b_1 \times \overline{Dimetro}_{pop}$, em que b_0 e b_1 são as estimativas dos parâmetros da equação da reta, coeficientes linear e angular, respectivamente. A quantidade $\overline{Dimetro}_{pop}$ representa a média populacional do diâmetro de todas as 1132 árvores, que é igual a 10,3.



[Handwritten signature]

[Handwritten signature]

Questão 6: Num experimento de competição de adubos nitrogenados para abacaxizeiros, foram utilizados 6 tipos de adubos (5 adubos e 1 testemunha). Testemunha é um material padrão e neste caso não é à base de nitrogênio. O propósito do adubo é aumentar o brix do abacaxi. Cada tipo de adubo foi aplicado aleatoriamente em um abacaxizeiro e devido à posição da área destinada ao experimento e à inclinação do terreno em questão decidiu-se agrupar de 6 em 6 abacaxizeiros de tal sorte que um abacaxizeiro de cada grupo receberia um dos 6 tipos de adubos. Havia um total de quatro grupos de 6 abacaxizeiros. Assuma que:

- cada abacaxizeiro tem dois abacaxis;
- o brix foi medido em cada abacaxi;
- as observações de cada abacaxi de um mesmo abacaxizeiro são usadas para calcular o brix médio de cada abacaxizeiro.

Tipos de adubos: 1-Testemunha, 2-Sulfato de amônio, 3-Salitre de Chile, 4-Ureia, 5-Nitrocálcio de Cubatão e 6- Nitrocálcio de Cubatão + Enxofre. **Valor (0,00 a 1,00 pts)**

- (a) Identifique os componentes do experimento (resposta, fatores, níveis, tratamentos, unidade experimental, unidade observacional). Identifique também quantas unidades experimentais existem neste experimento. **Valor (0,20)**
- (b) Identifique o plano experimental. **Valor (0,20)**
- (c) Apresente o esquema da análise de variância, incluindo as fontes de variação e os graus de liberdade. **Valor (0,20)**
- (d) Considerando que o experimento foi aleatorizado quais suposições sobre a distribuição dos erros do modelo são necessárias? **Valor (0,20)**
- (e) Especifique o modelo associado à análise de variância apresentada no item (c) e descreva a suposição implícita pelo modelo. **Valor (0,20)**

- (a) Resposta: brix médio do abacaxizeiro
Fator: Tipo do adubo
Níveis do fator: 1-Testemunha, 2-Sulfato de amônio, 3-Salitre de Chile, 4-Ureia, 5-Nitrocálcio de Cubatão e 6- Nitrocálcio de Cubatão + Enxofre.
Tratamento = níveis do fator
Unidade experimental = abacaxizeiro
Unidade observacional = abacaxi
Quantidade de Unidades experimentais = 24 (Réplica = abacaxizeiro dentro do bloco (grupo de 6 abacaxizeiros))

- (b) Experimento aleatorizado em blocos

- (c)

Fonte de variação	GL
Bloco	3
Tratamentos	5
Resíduo	$23 - 8 = 15$
Total (corrigido)	23

- (d) Considerando que o experimento foi aleatorizado não são necessárias suposições acerca das distribuições dos erros, pois com a aleatorização pode-se gerar uma distribuição para se fazer inferência sobre os efeitos dos tratamentos ou considerar as suposições de Gauss-Markov e independência.
- (e) Modelo aditivo, sem interação entre bloco e tratamento.

**Assinatura dos Membros da
Comissão**

1º membro (Presidente):



2º membro:



3º membro:

Eduardo F. Nascimento