UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE	
Ficha de Expectativa de Resposta da Prova Escrita (Magistério EBTT) **MATEMÁTICA**	
Departamento Acadêmico ou Unidade Acadêmica Especializada	**Escola Agrícola de Jundiaí** **Unidade Acadêmica de Ciências Agrárias da (UFRN)**

Questão1:

Observe a sequência de linhas abaixo:

1				
4	7			
10	13	16		
19	22	25	28	
31	34	37	40	43

Seguindo o padrão de construção dessas linhas:

A) Determine o primeiro elemento da 22ª linha.

B) Calcule a soma dos elementos da 22ª linha.

(Valor 0,00 a 2,50 pts).

Expectativa 1

A) Observando que as colunas formam uma P.A. de segunda ordem e que seu termo geral é dado por:

$$a_n = an^2 + bn + c$$
$$a + b + c = 1$$
$$4a + 2b + c = 4$$
$$9a + 3b + c = 10$$

$$3a + b = 3$$
$$8a + 2b = 9$$
$$-6a - 2b = -6$$
$$8a + 2b = 9$$
$$2a = 3$$
$$a = {}^{3}/_{2}$$
$$3a + b = 3$$
$$\frac{3 \cdot 3}{2} + b = 3$$
$$b = 3 \cdot \frac{a}{2}$$
$$b = \frac{6 - a}{2}$$
$$b = -\frac{3}{2}$$

e c= 1. Logo,

$$a_n = \frac{3}{2}\, n^2 - \frac{3}{2}\, n + 1$$
$$a_{22} = \frac{3}{2} \cdot 22^2 - \frac{3}{2} \cdot 22 + 1$$
$$a_{22} = 3 \cdot 22 - 3 \cdot 11 + 1$$
$$a_{22} = 726 - 33 + 1$$
$$\boxed{a_{22} = 694}$$

B) Considerando a sequência da 22ª linha que é uma P.A. de razão 3. Chamaremos o termo geral dessa de b_n.

$$b_1 = 694$$
$$b_{22} = 694 + 21 \cdot 3$$
$$b_{22} = 694 + 63$$
$$b_{22} = 757$$
$$S_{22} = (694 + 757) \cdot 11$$
$$\boxed{S_{22} = 15.961}$$

Expectativa 2

A) As linhas estão dispostas de tal maneira que a 1ª linha possui um elemento, a segunda dois, a terceira três, e assim por diante, logo a 22ª linha possui 22 elementos.

1, 2, 3, 4, ..., 22.

Vamos determinar o total de elementos até a 22ª linha

$$S_{22} = \frac{(1 + 22)}{2} \times 22 = 253$$

Como queremos encontrar o primeiro elemento da 22ª linha: 253-21=232.
Procuramos o elemento 232 na sequência

1, 4, 7, 10, ..., a_{232}
$a_{232} = (1 + 231 \times 3) = 694$ ⟶ Primeiro elemento da 22ª linha.

B) Retornando na sequência.

1, 4, 7, 10, ..., a_{232}, ..., a_{253}
$a_{253} = (1 + 252 \times 3) = 757$. E sabendo que $a_{232} = 694$
Soma dos termos da 22ª linha:

$$S = \frac{(694 + 756) \times 22}{2} = 15961$$

Chave de correção:

DESCRIÇÃO	**PONTOS**
Observou que as colunas formam uma P.A. de segunda ordem, ou que as linhas formam uma P.A. de razão 3.	0,1
Encontrou o termo geral da P.A. de segunda ordem ou determinou a quantidade de números que existem até o desejado.	1,0
Determinou o valor exato do número.	0,2
Verificando que a linha forma uma P.A de razão 3 no item B e que deve calcular a soma, pela soma dos termos de uma P.A.	0,2
Executou a soma e encontrou o valor desejado	1,0
TOTAL	**2,5**

Questão 02:

Considere o conjunto $A = \{2, 4, 6, 8\}$ e o conjunto B constituído por todas as funções de A em A.

A) Calcule quantos elementos possui o conjunto B.

B) Escolhendo, aleatoriamente, uma função do conjunto B, qual a probabilidade de ser uma função que tenha exatamente 2 elementos no seu conjunto imagem?

(Valor 0,00 a 2,50 pts).

Expectativa

A) Para cada elemento do conjunto domínio temos 4 possibilidades de associação, daí pelo princípio multiplicativo temos: $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$.

B) Estamos escolhendo de maneira aleatória, sendo que cada evento elementar tem a mesma chance de ocorrer, ou seja, trata-se de um espaço equiprovável, que pode ser calculado por:

$$P = \frac{n^{\underline{o}}\ de\ casos\ favoráveis}{n^{\underline{o}}\ de\ casos\ totais}$$

O número de casos totais foi calculado no **item A,** que é 256. Então, calculemos os casos favoráveis. Inicialmente, vamos escolher dois elementos do contradomínio para ser nossa imagem de $C_{4,2}$ maneiras, em seguida calculemos o número de funções que podemos formar com apenas dois elementos $C_{4,2}(2^4 - 2) = 6 \times 14 = 84$, daí

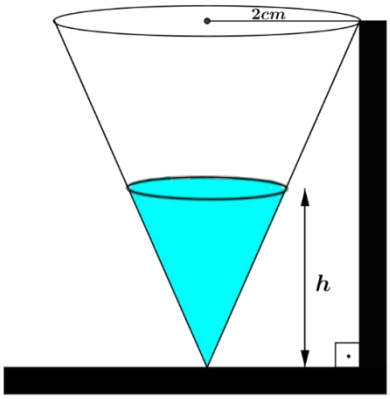
$$P = \frac{84}{256} = \frac{21}{64}.$$

Chave de correção*:*

DESCRIÇÃO	PONTOS
Utilizar o princípio multiplicativo para encontrar a solução do item A	1,25
Observar que a solução do item A é o espaço amostral do Item B	0,25
Calcular o número de casos favoráveis do item B	0,80
Concluiu corretamente	0,20
TOTAL	**2,5**

Questão 03:

Deseja-se encher um recipiente com a forma de um cone circular reto, conforme a figura ao lado.



Esse cone possui altura de 16 cm e o raio de sua base mede 2 cm. O recipiente será enchido a uma vazão de 2 cm^3/s. Desse modo, a altura ***h***, em centímetros, do nível da água varia em função do tempo ***t***, em segundos. Observando que a medida de ***h*** corresponde à distância do vértice do cone até a superfície do líquido, determine a altura ***h*** em função de ***t***.

(Valor 0,00 a 2,50 pts).

Sabemos que a vazão = 2cm^3/s e que $vazão = \frac{v}{t}$, onde v é o volume em cm^3 e t é o tempo em segundos. Considerando a relação: $\frac{V}{v} = \left(\frac{H}{h}\right)^3$, temos $\frac{\frac{64\pi}{3}}{2t} = \left(\frac{16}{h}\right)^3$

$$\frac{64\pi}{6t} = \left(\frac{16}{h}\right)^3$$

$$\frac{6t}{64\pi} = \left(\frac{h}{16}\right)^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{6t}{64\pi}} = \frac{h}{16}$$

$$h = \frac{16}{4}\sqrt[3]{\frac{6t}{\pi}}$$

$$h = 4 \cdot \sqrt[3]{\frac{6t}{\pi}}$$

Chave de correção:

DESCRIÇÃO	PONTOS
Observou que $vazão = \frac{v}{t}$, ou v = 2t ou equivalente	0,2
Aplicou a fórmula do volume do cone aos dados da questão	0,1
Usou a relação $\frac{V}{v} = \left(\frac{H}{h}\right)^3$ ou equivalente	1,0
Desenvolveu a relação	1,0
Concluiu corretamente	0,2
TOTAL	**2,5**

Questão 04:

Se x, y e z são ângulos internos de um triângulo, mostre que:

$$\tan x + \tan y + \tan z - \tan x \,.\, \tan y \,.\, \tan z = 0$$

(Valor 0,00 a 2,50 pts).

Expectativa 1

Considerando, obviamente, que a tangente esteja definida, pois caso contrário não haveria necessidade de escrever a expressão e sendo x, y e z ângulos internos de um triângulo, temos:

$$x + y + z = 180°$$
$$x + y = 180° - z \quad ou \quad x + y = \pi - z$$

Aplicando tangente em ambos os membros da igualdade:

$$tg(x + y) = tg(\pi - z)$$
$$\frac{tg\ x + tg\ y}{1 - tg\ x\ \cdot\ tg\ y} = -tg\ z$$
$$tg\ x + tg\ y = (1 - tg\ x \cdot tg\ y) \cdot (-tg\ z)$$
$$tg\ x + tg\ y + tg\ z - tg\ x \cdot tg\ y \cdot tgz = 0$$

Expectativa 2

Temos que $x + y + z = 180°$. Então ,

$$tg\ x + tg\ y + tg\ z - tg\ x \cdot tg\ y \cdot tg\ z =$$
$$= \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} + \frac{\operatorname{sen} y}{\cos y} + \frac{\operatorname{sen} z}{\cos z} - \frac{\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen} y \cdot \operatorname{sen} z}{\cos x \cdot \cos y \cdot \cos z} =$$
$$= \frac{\operatorname{sen} x \cdot \cos y \cdot \cos z + \operatorname{sen} y \cdot \cos x \cdot \cos z + \operatorname{sen} z \cdot \cos x \cdot \cos y - \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen} y \cdot \operatorname{sen} z}{\cos x \cdot \cos y \cdot \cos z} =$$
$$= \frac{\operatorname{sen} x \cos(y + z) + \cos x \operatorname{sen}(y + z)}{\cos x \cdot \cos y \cdot \cos z} = \frac{\operatorname{sen}\big(x + (y + z)\big)}{\cos x \cdot \cos y \cdot \cos z} = \frac{\operatorname{sen} 180°}{\cos x \cdot \cos y \cdot \cos z} = 0$$

Chave de correção:

DESCRIÇÃO	PONTOS
Escreveu que a soma dos ângulos de um triângulo é 180° ou expressões equivalentes	0,2
Aplicou a tangente da soma e/ou diferença ou aplicou o quociente sen/cos	0,2
Desenvolveu as tangentes (ou os quocientes) aplicados	1,8
Concluiu corretamente	0,3
TOTAL	**2,5**

Assinatura dos Membros da Comissão	Albérico Teixeira Canário de Souza - PRESIDENTE Jobson Hugo de Sousa Soares - 1º EXAMINADOR Emanuel Gomes Lourenço - 2º EXAMINADOR