

FICHA DE EXPECTATIVA DE RESPOSTA DA PROVA ESCRITA

CONCURSO	
Edital:	059/2023 (16/05/2023)
Carreira:	PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
Unidade Acadêmica:	ESCOLA DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
Área de Conhecimento:	HIPERSÔNICA E MATEMÁTICA

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO PARA TODAS AS QUESTÕES DISCURSIVAS
Clareza e propriedade no uso da linguagem
Coerência e coesão textual
Domínio dos conteúdos, evidenciando a compreensão dos temas objeto da prova
Domínio e precisão no uso de conceitos
Coerência no desenvolvimento das ideias e capacidade argumentativa

Questão 1: Valor (0,00 a 1,00)

Questão 1 - Seja a função

$$f(x) = -x^4 + x^2$$

- Calcule as derivadas primeira e segunda de $f(x)$.
- Determine as coordenadas dos pontos onde $f(x)$ corta os eixos x e y .
- Encontre os extremos relativos e os intervalos em que $f(x)$ é crescente e decrescente.
- Determine os pontos de inflexão e as concavidades.
- Calcule o comportamento de $f(x)$ através dos limites quando x tende para $-\infty$ e $+\infty$.
- Use os resultados anteriores e esboce o gráfico de $f(x)$, identificando todos os pontos encontrados.

Resposta Esperada:

(a) 0,05 pontos

$$y' = -4x^3 + 2x$$

$$y'' = -12x^2 + 2$$

(b) 0,10 pontos

$$y = f(x) = -x^4 + x^2 = 0$$

$$y = 0 \Rightarrow x^2(-x^2 + 1) = 0$$

$$x_1 = 0; x^2 = 1 \Rightarrow x_2 = -1; x_3 = 1$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 0$$

Pontos onde $f(x)$ corta os eixos x e y :

$$A(-1, 0), O(0, 0), B(1, 0)$$

(c) 0,25 pontos

$$y' = -4x^3 + 2x = 0$$

$$2x(-2x^2 + 1) = 0$$

$$x = 0$$

$$-2x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Para $x < -1/\sqrt{2}$,

$$f'(-1) = -4(-1)^3 + 2(-1) = 2 > 0$$

Para $-1/\sqrt{2} < x < 0$,

$$f'(-0,5) = -4(-0,5)^3 + 2(-0,5) = -0,5 < 0$$

Para $0 < x < 1/\sqrt{2}$,

$$f'(0,5) = -4(0,5)^3 + 2(0,5) = 0,5 > 0$$

Para $1/\sqrt{2} < x$,

$$f'(1) = -4(1)^3 + 2(1) = -2 < 0$$

x		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$	
$f'(x)$	+++	0	---	0	+++	0	---
$f(x)$	Crescente	MAX	decrecente	MIN	crescente	MAX	decrecente

$$f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$f(0) = -(0)^4 + (0)^2 = 0$$

Pontos onde ocorre máximo relativo: $D(-1/\sqrt{2}, 1/4), E(1/\sqrt{2}, 1/4)$

Pontos onde ocorre mínimo relativo: $O(0, 0)$

(d) 0,20 pontos

$$y'' = -12x^2 + 2 = 0$$

$$x^2 = \frac{2}{12} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{6}}$$

Para $x < -1/\sqrt{6}$,

$$f''(-1) = -12(-1)^2 + 2 = -10 < 0$$

Para $-1/\sqrt{6} < x < 1/\sqrt{6}$

$$f''(0) = -12(0)^2 + 2 = 2 > 0$$

Para $x < -1/\sqrt{6}$,

$$f''(1) = -12(1)^2 + 2 = -10 < 0$$

x		$-1/\sqrt{6}$		$+1/\sqrt{6}$	
$f''(x)$	---	0	+++	0	---
$f(x)$	côncava para baixo	ponto de inflexão	côncava para cima	ponto de inflexão	côncava para baixo

$$f\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right) = -\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^4 + \left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2 = -\frac{1}{36} + \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right) = -\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^4 + \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2 = -\frac{1}{36} + \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$$

Pontos onde ocorre pontos de inflexão: $F(-1/\sqrt{6}, 5/36), G(1/\sqrt{6}, 5/36)$

(e) 0,20 pontos

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^4 + x^2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^4 = -\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^4 + x^2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^4 = -\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 = -\infty$$

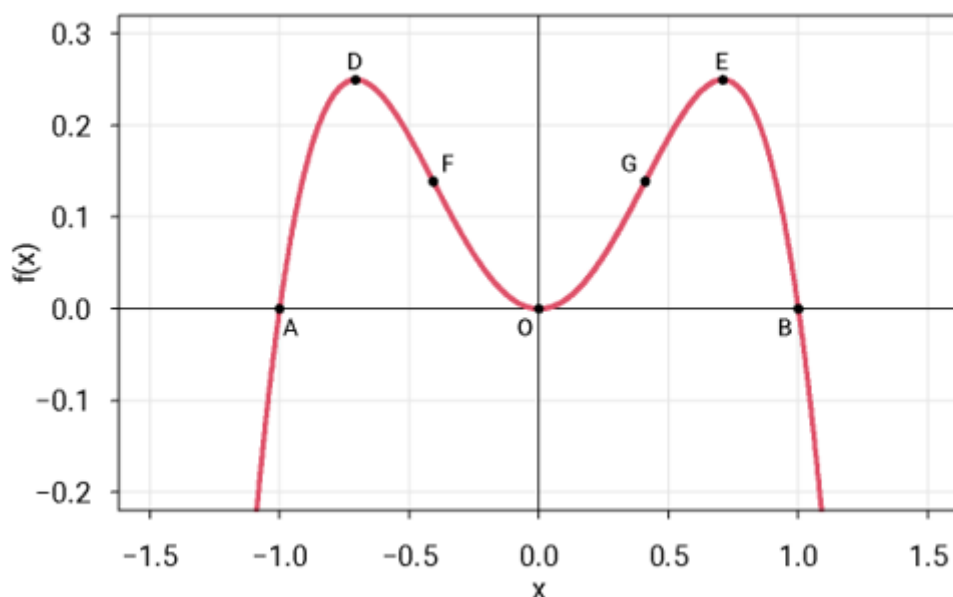
(f) 0,20 pontos

Pontos onde $f(x)$ corta os eixos x e y : $A(-1, 0), O(0, 0), B(1, 0)$

Pontos onde ocorre máximo relativo: $D(-1/\sqrt{2}, 1/4), E(1/\sqrt{2}, 1/4)$

Pontos onde ocorre mínimo relativo: $O(0, 0)$

Pontos onde ocorre pontos de inflexão: $F(-1/\sqrt{6}, 5/36), G(1/\sqrt{6}, 5/36)$



Questão 2:

Valor (0,00 a 1,00)

Questão 2 - Calcule a integral

$$\int_0^2 x\sqrt{32-x^4} dx$$

Resposta Esperada:

Usando substituição simples, escrevemos

$$u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} du$$

$$x^4 = (x^2)^2 = u^2$$

$$x = 0 \Rightarrow u = 0$$

$$x = 2 \Rightarrow u = 4$$

$$\int_0^2 x \sqrt{32 - x^4} dx \equiv I = \int_0^2 \sqrt{32 - x^4} x dx$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^4 \sqrt{32 - u^2} du$$

0,30 pontos até aqui

Usando substituição trigonométrica, obtemos

$$u = \sqrt{32} \sin \theta \Rightarrow du = \sqrt{32} \cos \theta d\theta$$

$$u = 0 \Rightarrow \sin \theta = 0 \Rightarrow \theta = 0$$

$$u = 4 \Rightarrow \sin \theta = \frac{4}{\sqrt{32}} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = \pi/4$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/4} \sqrt{32 - (\sqrt{32} \sin \theta)^2} \sqrt{32} \cos \theta d\theta$$

$$I = \frac{\sqrt{32}}{2} \int_0^{\pi/4} \sqrt{32} \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \cos \theta d\theta$$

$$I = 16 \int_0^{\pi/4} \sqrt{\cos^2 \theta} \cos \theta d\theta$$

$$I = 16 \int_0^{\pi/4} \cos^2 \theta d\theta$$

Mais 0,30 pontos até aqui

Usando a relação trigonométrica,

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta)$$

reescrevemos a integral

$$I = 16 \int_0^{\pi/4} \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta) d\theta$$

$$I = 8 \int_0^{\pi/4} (1 + \cos 2\theta) d\theta$$

$$I = 8 \int_0^{\pi/4} d\theta + 8 \int_0^{\pi/4} \cos 2\theta d\theta$$

Mais 0,20 pontos até aqui

Usando substituição simples na segunda integral, encontramos

$$u = 2\theta \Rightarrow \frac{1}{2} du = d\theta$$

$$\theta = 0 \Rightarrow u = 0$$

$$\theta = \pi/4 \Rightarrow u = \pi/2$$

$$I = 8[\theta]_0^{\pi/4} + \frac{8}{2} \int_0^{\pi/2} \cos u du$$

$$I = 8\left[\frac{\pi}{4} - 0\right] + 4[\sin u]_0^{\pi/2}$$

$$I = 4\pi + 4[\sin \pi/2 - \sin 0]$$

$$I = 4\pi + 4[1 - 0]$$

$$I = 4\pi + 4$$

Mais 0,20 pontos até a resposta final

Questão 3:

Valor (0,00 a 1,00)

Questão 3 - Use uma integral dupla para calcular a área A da região R compreendida pelas curvas das funções

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2$$

e

$$f(x) = |2x|$$

Resposta Esperada:

A primeira função é

$$y_1 = \frac{1}{2}x^2$$

e a segunda é

$$y_2 = \begin{cases} 2x & \text{se } x \geq 0 \\ -2x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Então, y_1 e y_2 se interceptam nos pontos

$$\frac{1}{2}x^2 = 2x \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0$$

$$\frac{1}{2}x^2 = -2x \Rightarrow x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x(x + 4) = 0$$

$$x = 0; y = 0$$

$$x = 4; y = 8$$

$$x = -4; y = 8$$

$$A(-4, 8), O(0, 0), B(4, 8)$$

Notamos que $y_2 \geq y_1$ no intervalo $[-4, 4]$.

0,60 pontos até aqui

Assim, calculamos a área

$$A = \int_{-4}^0 \int_{x^2/2}^{-2x} dy dx + \int_0^4 \int_{x^2/2}^{2x} dy dx$$

$$A = \int_{-4}^0 [y]_{x^2/2}^{-2x} dx + \int_0^4 [y]_{x^2/2}^{2x} dx$$

$$A = \int_{-4}^0 \left(-2x - \frac{x^2}{2} \right) dx + \int_0^4 \left(2x - \frac{x^2}{2} \right) dx$$

$$A = \left[-x^2 - \frac{x^3}{6} \right]_{-4}^0 + \left[x^2 - \frac{x^3}{6} \right]_0^4 = \left[x^2 + \frac{x^3}{6} \right]_0^4 + \left[x^2 - \frac{x^3}{6} \right]_0^4$$

$$A = \left(16 - \frac{64}{6} \right) + \left(16 - \frac{64}{6} \right) = \frac{32}{6} + \frac{32}{6}$$

$$A = \frac{32}{3}$$

Mais 0,40 pontos até a resposta final

Questão 4:

Valor (0,00 a 1,00)

Questão 4 – Para a matriz A apresentada abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- Encontre os autovalores e os autovetores correspondentes da matriz A.
- Determine a matriz P que diagonaliza A e calcule a sua inversa P^{-1} .
- Calcule o produto matricial $P^{-1}AP$.

Resposta Esperada:

(a) 0,40 pontos

$$\lambda I - A = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda - 1 & 0 & -1 \\ -1 & \lambda - 3 & -2 \\ 0 & 0 & \lambda - 2 \end{bmatrix}$$

$$\det(\lambda I - A) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} \lambda - 1 & 0 & -1 \\ -1 & \lambda - 3 & -2 \\ 0 & 0 & \lambda - 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(\lambda - 1)(\lambda - 3)(\lambda - 2) = 0$$

Assim, os autovalores são $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$ e $\lambda_3 = 3$.

(i) $\lambda_1 = 1$

$$\begin{aligned}
 (\lambda_1 I - A)\vec{x} &= \vec{0} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 x_3 &= 0 \\
 -x_1 - 2x_2 - 2x_3 &= 0 \Rightarrow x_1 = -2x_2 \\
 x_2 &= t; \quad x_1 = -2t; \quad x_3 = 0 \\
 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2t \\ t \\ 0 \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = t\vec{v}_1
 \end{aligned}$$

(ii) $\lambda_2 = 2$

$$\begin{aligned}
 (\lambda_2 I - A)\vec{x} &= \vec{0} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 x_1 - x_3 &= 0 \Rightarrow x_1 = x_3 \\
 -x_1 - x_2 - 2x_3 &= 0 \Rightarrow -x_2 = 3x_1 \Rightarrow x_2 = -3x_1 \\
 x_1 &= x_3 = t; \quad x_2 = -3t \\
 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} t \\ -3t \\ t \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} = t\vec{v}_2
 \end{aligned}$$

(iii) $\lambda_3 = 3$

$$\begin{aligned}
 (\lambda_3 I - A)\vec{x} &= \vec{0} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 x_3 &= 0 \\
 2x_1 - x_3 &= 0 \Rightarrow x_1 = 0; \quad -x_1 - 2x_3 = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \\
 x_1 &= 0; \quad x_2 = t; \quad x_3 = 0 \\
 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ t \\ 0 \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = t\vec{v}_3
 \end{aligned}$$

Assim, os autovetores são $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$, onde

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \vec{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(b) 0,40 pontos

$$P = [\vec{v}_1 \quad \vec{v}_2 \quad \vec{v}_3] = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[P \ I] \sim \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & 0 & -1/2 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & 0 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 5/2 & -1 & -1/2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & -1 & -1/2 & -1 & -5/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 & 1 & 5/2 \end{bmatrix} \sim [I \ P^{-1}]$$

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} -1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1 & 5/2 \end{bmatrix}$$

(c) 0,20 pontos

$$P^{-1}AP = \begin{bmatrix} -1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1 & 5/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P^{-1}AP = \begin{bmatrix} -1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3/2 & 3 & 15/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$$

Questão 5:

Valor (0,00 a 1,00)

Questão 5 - Encontre uma função $f(x)$ e um número a , tais que:

$$e^3 - \int_x^a f(t) dt = e^{3x}$$

a) 0,50 pontos

Resposta Esperada:

a) 0,50 pontos

$$e^3 - \int_x^a f(t) dt = e^{3x} \Rightarrow e^3 + \int_a^x f(t) dt = e^{3x}$$

Derivando, obtemos

$$\frac{d}{dx} \left(e^3 + \int_a^x f(t) dt \right) = \frac{d}{dx} (e^{3x})$$

$$0 + \frac{d}{dx} \left(\int_a^x f(t) dt \right) = 3e^{3x}$$

$$f(x) = 3e^{3x}$$

b) 0,50 pontos

A partir de (a), escrevemos $f(t) = 3e^{3t}$ e calculamos

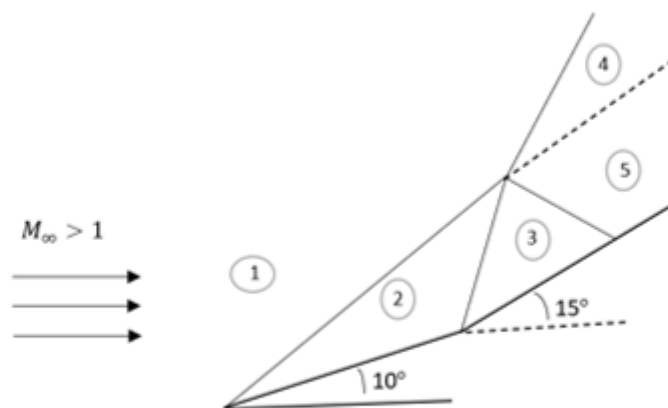
$$e^3 - \int_x^a f(t) dt = e^{3x} \Rightarrow e^3 + \int_a^x 3e^{3t} dt = e^{3x}$$

$$\begin{aligned}
 u = 3t &\Rightarrow \frac{du}{3} = dt; \quad t = a \Rightarrow u = 3a; \quad t = x \Rightarrow u = 3x \\
 e^3 + \int_{3a}^{3x} 3e^u \frac{du}{3} &= e^{3x} \Rightarrow e^3 + \int_{3a}^{3x} e^u du = e^{3x} \\
 e^3 + [e^u]_{3a}^{3x} &= e^{3x} \\
 e^3 + e^{3x} - e^{3a} &= e^{3x} \\
 e^{3a} &= e^3 \Rightarrow 3a = 3 \\
 a &= 1
 \end{aligned}$$

Questão 6:

Valor (0,00 a 1,00)

Questão 6 - Considere escoamento supersônico a $M_\infty > 1$ sobre uma cunha dupla, conforme figura abaixo. Responda:



- Quais fenômenos físicos estão presentes nas regiões 1-2, 2-3, 3-5, 4-5?
- Explique a variação de propriedades nestas regiões.

Resposta Esperada:

a) 0,50 pontos

O escoamento supersônico sobre a primeira cunha, com 10° , irá gerar uma onda de choque oblíqua atada ao bordo de ataque da geometria. Há uma variação de propriedades nas regiões 1 e 2. Na região 2 o escoamento será supersônico e paralelo à superfície da cunha. O escoamento supersônico na região 2 encontra uma deflexão de 15° referente à segunda cunha, formando uma nova onda de choque oblíqua. Há uma variação de propriedades entre as regiões 2 e 3. As duas ondas de choque formadas (regiões 1-2 e 2-3) encontram-se em um ponto do escoamento, formando uma onda de choque (região após o choque é a região 4) E uma onda de choque refletida, mais fraca, representando uma variação de propriedades na região 3-5.

b) 0,50 pontos

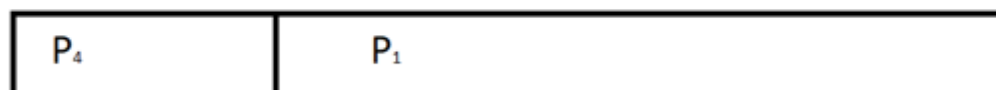
Dadas as propriedades do escoamento na região 1, após a formação da onda de choque, tem-se que a região 2 apresenta um aumento de propriedades estáticas como pressão, temperatura, massa específica e uma diminuição do número de Mach, assim como diminuição da velocidade. Como o escoamento é não isentrópico, há uma variação da pressão total entre as regiões 1 e 2, sendo a pressão total na região 2 menor que a pressão total na região 1. A temperatura total é a mesma nas regiões 1 e 2. Estabelecidas as propriedades na região 2, como o escoamento ainda é supersônico nesta região e como há uma deflexão do escoamento, a formação da onda de choque estabelece nova variação de propriedades nas regiões 2 e 3. As propriedades estáticas como pressão, temperatura e massa específica, tem seu valor aumentado na região 3, comparado aos valores das propriedades apresentadas na região 2. O número de Mach e velocidade tem valores menores na região 3, comparado à região 2. A temperatura total na região 3 tem o mesmo valor que a temperatura total na região 2. A pressão total na região 3 apresenta um valor menor que a pressão total na região 2. A região 4 é formada pela interseção das duas ondas de choque oblíquas. A direção do fluxo da região 4 devem ser iguais à da região 5. A pressão total e o número de Mach não são iguais na região 4 e na região 5 devido a diferença no número de choques e a força destes choques quando os fluxos se encontram. Uma superfície de contato entre as regiões 4 e 5 é gerada, alterando as variáveis de fluxo.

Questão 7:

Valor (0,00 a 1,00)

Questão 7 - Considere um tubo de choque composto de duas regiões separadas por um diafragma e mantidos sob pressões internas distintas, conforma figura abaixo. Considere inicialmente que a seção driver é pressurizada com um gás a alta pressão inicial P_4 e que a seção driven contém um gás pressurizado a baixa pressão P_1 . Considere ainda que $T_1 = T_4$. Responda:

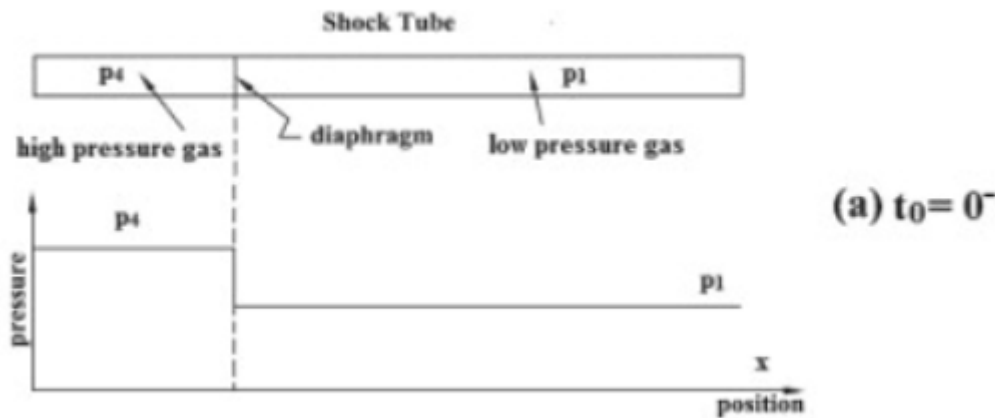
- Apresente o gráfico de posição x pressão inicial
- Explique os fenômenos físicos que ocorrem após o rompimento do diafragma, em um instante de tempo t_1
- Apresente o gráfico de posição *versus* pressão para o instante de tempo t_1



Tubo de Choque

Resposta Esperada:

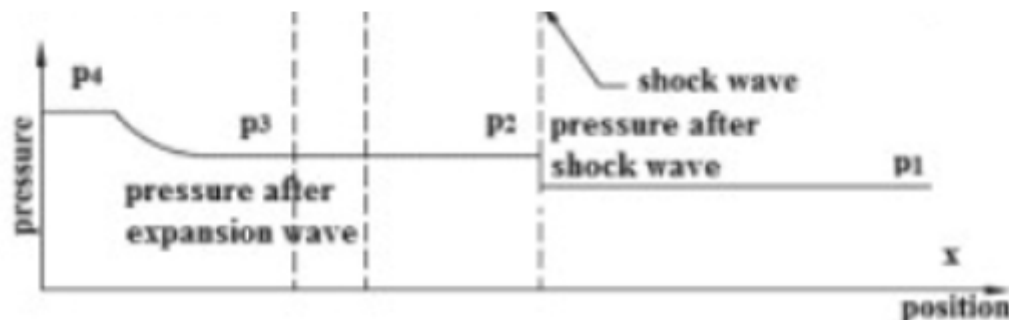
a) 0,30 pontos



b) 0,40 pontos

Após o rompimento do diafragma é formado uma onda de choque normal. Esta onda de choque gerada se propaga à jusante da seção driven, com velocidade u_s , comprimindo o escoamento a uma pressão P_2 e temperatura T_2 , ambas maiores que P_1 e T_1 . Isto induz um movimento de massa com velocidade u_2 , onde todas as propriedades de escoamento variam com o espaço (x) e o tempo. Simultaneamente à formação da onda de choque incidente, é gerada uma onda de expansão, que se propaga à montante na seção de alta pressão. Isso reduz suavemente e continuamente as propriedades dos valores iniciais P_4 e T_4 respectivamente para P_3 e T_3 . Atrás da onda de choque incidente há uma superfície de contato entre as partículas dos gases do driver e do driven, que se propaga à jusante na seção de baixa pressão. Ao longo dessa superfície de contato, a velocidade e a pressão são iguais para ambos os gases. Poucos milissegundos após o rompimento do diafragma, a onda incidente chega à extremidade final da seção de baixa pressão, sendo então estabelecida uma onda refletida.

c) 0,30 pontos



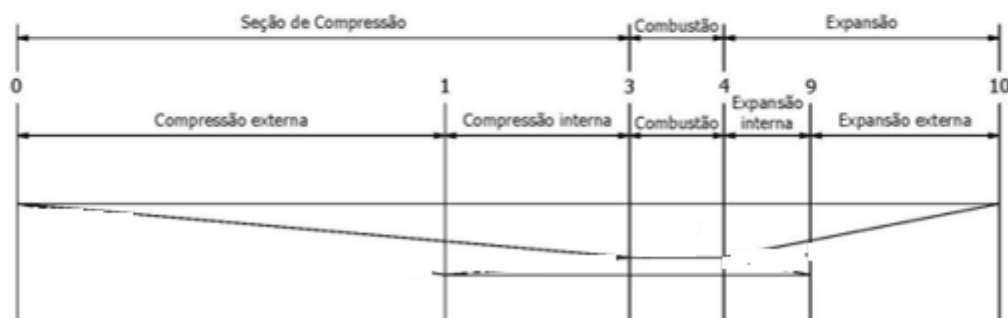
2. Acessibilidade: investigar

Questão 8:

Valor (0,00 a 1,00)

Questão 8 - Responda as questões abaixo:

- O que é um motor scramjet.
- Considerando o motor scramjet apresentado na figura abaixo, explique de maneira sucinta a funcionalidade das seções de compressão, combustão e expansão.



Resposta Esperada:

- a) 0,50 pontos

O motor scramjet voa em velocidade hipersônica impulsionado por um sistema de propulsão baseado em ar atmosférico como fluido de trabalho (propulsão aspirada) e que queima combustível de forma espontânea na câmara de combustão em velocidade supersônica com o intuito de produzir empuxo. O motor scramjet não utiliza peças rotativas para comprimir o ar.

- b) 0,50 pontos

A seção de compressão (0-3), mostrada na Figura 1, é responsável por realizar a compressão do escoamento, de forma a garantir a temperatura, superior à temperatura de ignição do combustível, e velocidade supersônica desejadas na entrada da câmara de combustão. A seção da câmara de combustão (3-4) é responsável pela injeção de combustível, de forma a ocasionar a combustão, sem que o escoamento entre em regime subsônico. Por fim, a seção de expansão (4-10) é responsável por expandir o escoamento da saída do combustor, resultando em redução da temperatura, pressão e massa específica e consequente aumento da velocidade, suficientemente alta, para proporcionar empuxo ao veículo scramjet.

Questão 9:

Valor (0,00 a 1,00)

Questão 9 - Dada as equações de conservação abaixo, simplifique-as para obter as equações de camada limite. Apresente as hipóteses utilizadas.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

Resposta Esperada:

Para a determinação das equações de camada limite, utilizamos as seguintes hipóteses: regime permanente, escoamento bidimensional, regime laminar, propriedades constantes, sem dissipação viscosa, sem efeitos gravitacionais, Fluido Newtoniano, sem efeitos de borda (direção z) e sem geração volumétrica de energia. 0,20 pontos

- Conservação da massa:

$$\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{=0} + u \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial x}}_{=0} + v \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial y}}_{=0} + w \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial z}}_{=0} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \underbrace{\frac{\partial w}{\partial z}}_{=0} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

0,10 pontos

- Conservação da quantidade de movimento na direção x :

$$\rho \left(\underbrace{\frac{\partial u}{\partial t}}_{=0} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \underbrace{w}_{=0} \underbrace{\frac{\partial u}{\partial z}}_{=0} \right) = \underbrace{\rho g_x}_{=0} - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \underbrace{\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}_{=0} \right) \Rightarrow$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

0,10 pontos

- Conservação da quantidade de movimento na direção y :

$$\rho \left(\underbrace{\frac{\partial v}{\partial t}}_{=0} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \underbrace{w}_{=0} \underbrace{\frac{\partial v}{\partial z}}_{=0} \right) = \underbrace{\rho g_y}_{=0} - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \underbrace{\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}}_{=0} \right) \Rightarrow$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

0,10 pontos

Considerando que a velocidade do escoamento livre é V_∞ , o comprimento característico é L e a espessura da camada limite de velocidades é δ . Assumimos que δ é pequeno quando comparado com o comprimento característico L , ou seja, $\frac{\delta}{L} \ll 1$. Além disto, consideraremos que $u \sim V_\infty$, $x \sim L$, $y \sim \delta$. Mas

$$\frac{v}{\delta} \sim \frac{V_\infty}{L} \Rightarrow v \sim V_\infty \frac{\delta}{L}$$

$$\frac{v}{V_\infty} \ll 1 \Rightarrow v \ll V_\infty$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} \sim V_\infty \frac{V_\infty}{L}$$

$$v \frac{\partial u}{\partial y} \sim V_\infty \frac{V_\infty}{L}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \sim \frac{V_\infty}{L^2}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \sim \frac{V_\infty}{\delta^2}$$

$$\frac{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}{\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}} \sim \frac{\frac{V_\infty}{L^2}}{\frac{V_\infty}{\delta^2}} \sim \left(\frac{\delta}{L}\right)^2$$

$$\frac{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}{\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}} \ll 1 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

0,30 pontos

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Assim o termo pode ser desprezado.

Podemos concluir que $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$ também pode ser desprezado e as Equações de Conservação da Quantidade de Movimento podem ser dadas por:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

0,20 pontos

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$$

Questão 10 – Responda as questões abaixo:

- a) Explique o funcionamento de um Motor Foguete Químico;
- b) Relacione seu funcionamento com as Leis de Newton;
- c) Apresente e comente as diferenças entre propelentes líquido, sólido e híbrido.

Resposta Esperada:

a) 0,30 pontos

Os motores foguete químicos consistem em sistemas de conversão de energia gerada pela reação de combustão entre um combustível e um oxidante que ocorre no interior de uma câmara de combustão, produzindo gases a elevadas temperaturas e pressões. Os gases são direcionados para um bocal supersônico, e, devido as grandes quantidades de energia liberadas, os gases são expelidos a altas velocidades, resultando em altos valores de empuxo, que impulsionam o foguete no sentido contrário à saída dos gases. Uma das formas de se classificar os motores foguete químico está relacionada ao tipo de propelente (líquido, sólido ou híbrido).

b) 0,30 pontos

Antes do lançamento de um foguete, o princípio da inércia (primeira Lei) garante que não ocorra movimento. Entretanto, quando a reação de combustão se inicia, a energia liberada deve ocasionar a movimentação dos gases gerados. Conforme a segunda Lei, a massa de gases sendo acelerada vai gerar sobre estes gases uma Força Resultante. De acordo com o princípio da Terceira Lei, a toda ação, há sempre uma reação de mesma intensidade e sentido oposto. Esta reação à força de expansão dos gases sobre as paredes da câmara de combustão, corresponde ao empuxo sobre o foguete. Os gases são direcionados ao tubo supersônico, no sentido contrário ao desejado para o movimento do foguete, e projetado para ter força suficiente para superar o peso, elevando o foguete até a altitude desejada do lançamento. Assim, o lançamento de um foguete consiste, basicamente no uso dos princípios elementares das Leis do movimento de Newton.

c) 0,40 pontos

Para cada tipo de missão haverá um tipo de propelente mais adequado.

Motores foguete a propelente sólido são mais adequados para lançamentos que não exigem controle absoluto da missão, visto que não permitem o controle após a partida. São mais baratos que aqueles com propelente líquido ou híbrido e são capazes de gerar mais empuxo por unidade de volume do veículo por possuir um maior fator de empacotamento. É comumente utilizado em operações de lançamento de veículos espaciais nos estágios propulsores durante a fase de voo atmosférico. Entretanto, um motor foguete a propelente sólido, em média, precisa de 30% a 50% a mais em massa de propelente que um motor foguete a propelente líquido.

Motores foguete a propelente líquido são os que apresentam a maior eficiência propulsiva, com maior empuxo por unidade de massa, entretanto são mais caros e complexos. São usados em sistema espaciais que necessitam de um controle bastante fino e preciso. Carrega consigo a maior segurança de ter oxidante e combustível separados fisicamente.

Motores foguete a propelente híbrido possuem características mistas, com algumas vantagens do motor foguete a propelente sólido, como uma maior densidade e fator de empacotamento, e algumas vantagens do propelente líquido, como a modulação do empuxo. Além disso, bem como os motores foguete a propelente líquido, carrega consigo a maior segurança de ter oxidante e combustível separados fisicamente.

NATAL, 16 de Outubro de 2023 às 21:25.

Assinado digitalmente em
16/10/2023 15:50

DOUGLAS DO NASCIMENTO SILVA
PRESIDENTE

Assinada digitalmente em
16/10/2023 15:54

DEUSEDIT MONTEIRO MEDEIROS
1º EXAMINADOR

Assinado digitalmente em
16/10/2023 16:45

HEIDI KORZENOWSKI
2º EXAMINADOR