UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS E TÍTULOS PARA O PROVIMENTO DE CARGO DE PROFESSOR DO MAGISTÉRIO SUPERIOR NAS CLASSES ADJUNTO-A, ASSISTENTE-A E AUXILIAR
EDITAL Nº 059/2023-PROGESP

MECÂNICA DOS SÓLIDOS, TEORIA DA ELASTICIDADE E DINÂMICA DE ESTRUTURAS

Leia estas instruções:

1	Informe seu nome nos dois espaços indicados na parte inferior desta capa. Ao finalizar sua prova, as duas partes onde constam seu nome e o código numérico serão destacadas pelo fiscal. Uma parte será entregue a você e a outra será guardada em um envelope que será lacrado no fim da aplicação.
2	Em atendimento ao Art. 18 da Resolução nº 150/2019-CONSEPE, sua prova será identificada unicamente por esse código numérico, gerado por sorteio na ocasião da impressão da prova.
3	Quando o Fiscal autorizar, verifique se o Caderno está completo e sem imperfeições gráficas que impeçam a leitura. Detectado algum problema, comunique-o, imediatamente, ao Fiscal.
4	Este caderno contém **três** questões discursivas, cujas respostas serão avaliadas considerando-se apenas o que estiver escrito no espaço reservado para o texto definitivo. Para rascunho, utilize as folhas fornecidas pelo fiscal destinadas a esse fim.
5	Escreva de modo legível, pois dúvida gerada por grafia ou rasura implicará redução de pontos.
6	Interpretar as questões faz parte da avaliação, portanto não peça esclarecimentos aos fiscais.
7	A prova escrita **deverá** ser respondida com **caneta esferográfica de tinta preta**, **sob pena de eliminação** no concurso.
8	Os rascunhos e as marcações que você fizer neste Caderno não serão considerados para efeito de avaliação.
9	Você dispõe de, no máximo, **quatro horas** para redigir as respostas das questões discursivas **no espaço definitivo** deste caderno.
10	Antes de se retirar definitivamente da sala, **devolva** ao Fiscal **este Caderno**.

Corte aqui

VIA DO ENVELOPE DE SEGURANÇA

Informe seu nome completo: ____

____

Corte aqui

VIA DO CANDIDATO

Informe seu nome completo: ____

____

COMPROVANTE DO TEMA SORTEADO PARA A PROVA DIDÁTICA

Concurso Público para Professor Efetivo – Edital nº 059/2023-PROGESP

ÁREA: MECÂNICA DOS SÓLIDOS, TEORIA DA ELASTICIDADE E DINÂMICA DE ESTRUTURAS

NOME DO CANDIDATO: ____

TEMA SORTEADO: ____ (_________________________) - Preenchido pelo chefe de sala

CHEFE DE SALA: ____

FISCAL: ____

Questão 1 (3,50 pontos)

Considere o eixo circular de raio R e comprimento L mostrado na Fig. 1. Uma das extremidades desse eixo está fixa em uma parede e a outra extremidade é submetida a um momento externo de magnitude M. Assuma que o eixo é homogêneo, elástico linear e isotrópico.

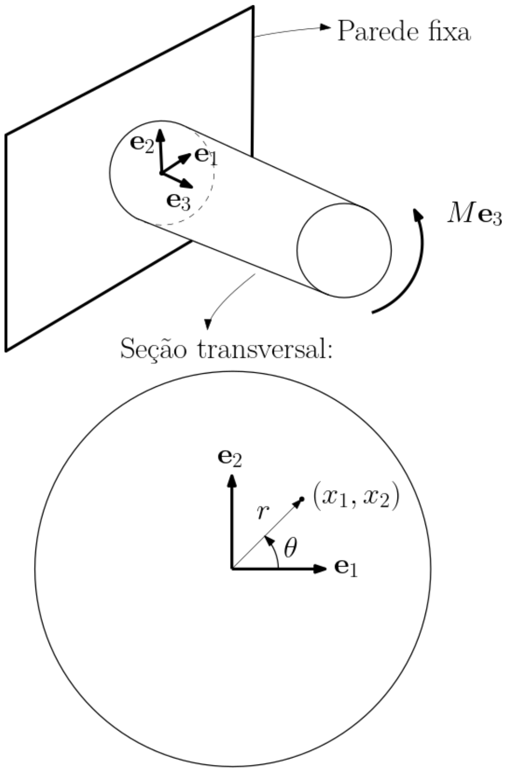

Figura 1. Eixo de raio R e comprimento L submetido a um momento externo de magnitude M. Os eixos de referência são definidos pelos vetores fixos, unitários e ortonormais $\{\boldsymbol{e}_i\}$.

A) Sob as hipóteses de Saint-Venant de que (i) as deformações são "pequenas", (ii) seções transversais permanecem circulares e (iii) seções planas para qualquer x_3 constante permanecem planas, o campo de deslocamento do eixo pode ser descrito por

$$\boldsymbol{u} = \alpha(-x_2 x_3 \boldsymbol{e}_1 + x_1 x_3 \boldsymbol{e}_2), \qquad (1)$$

onde $\alpha > 0$ é uma constante. Determine o tensor deformação $\boldsymbol{\varepsilon}$ associado. **(0,25 ponto)**

B) Se o material satisfaz a relação constitutiva

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\lambda}\,(tr\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{I} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}, \qquad (2)$$

onde $\boldsymbol{\lambda}$ e μ são as constantes de Lamé, determine os componentes do tensor de tensões de Cauchy. **(0,10 ponto)**

C) Utilize os resultados anteriores para argumentar que, se o eixo está em equilíbrio sem ação de forças de corpo, então o momento externo satisfaz

$$M = \mu\alpha J, \qquad (3)$$

onde J é o momento polar de área da seção transversal. **(0,50 ponto)**

D) Agora, considere o caso estático onde o eixo é esbelto, conforme mostra a Fig. 2. É sabido que a deformação torcional do eixo é aproximadamente descrita pela equação diferencial

$$JG\frac{d^2\theta}{dz^2} = 0, \qquad (0 < z < L) \qquad (4)$$

onde G é o módulo de elasticidade transversal e a coordenada $z = x_3$. Resolva esta equação para as condições de contorno apropriadas e determine:

- O comprimento que o eixo deve ter para que M torça a extremidade $z = L$ uma volta inteira. **(0,75 ponto)**
- A distribuição de tensão para a seção transversal em $z = L/2$. Indique o valor da tensão máxima. **(0,25 ponto)**

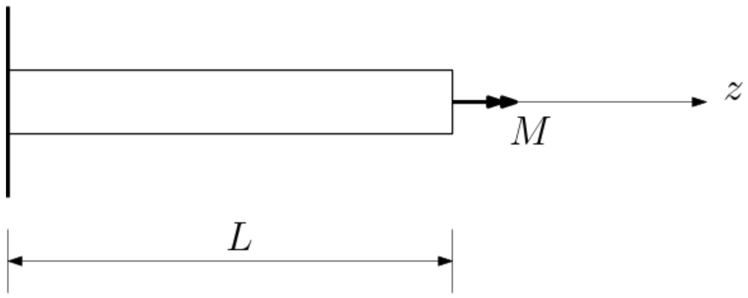

Figura 2. Eixo fixo em $z = 0$ e sujeito ao momento torcional externo M em $z = L$.

E) Agora, considere o caso dinâmico onde o eixo esbelto é conectado a um disco de momento polar de inércia I_d, conforme mostra a Fig. 3. O modelo clássico para a vibração torcional desse eixo diz que

$$JG\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} = I_o\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}, \qquad (0 < z < L) \qquad (4)$$

onde I_o é o momento polar de inércia do eixo uniforme. Determine a equação característica (ou equação de frequência) associada e indique como é possível resolvê-la. Na sua solução, assuma que $I_oL/I_d = 1$. **(1,65 ponto)**

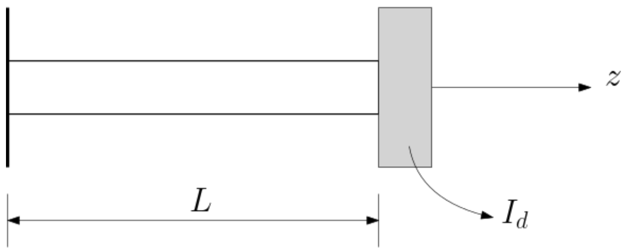

Figura 3. Eixo fixo em $z = 0$ e conectado a um disco em $z = L$.

O ESPAÇO PARA RESPOSTA INICIA
NA PRÓXIMA PÁGINA

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Fim do espaço destinado à resposta

Questão 2 (3,00 pontos)

Para as representações de estruturas a seguir, responda aos seguintes itens.

A) Supondo pequenas deformações e pequenos deslocamentos, a estrutura representada na Fig. 4 é feita de um único material com módulo de Young **E**. As seções AB e CD possuem comprimento **L** e momento de inércia **I** em relação ao seu centroide. No ponto A, a condição de engaste é imposta à estrutura e, no ponto D, uma carga **P** é aplicada. Considere o segmento BC rígido, adote o modelo de flexão de Euler-Bernoulli, descrito na Eq. (5) e determine o deslocamento transversal do ponto D. **(0,75 ponto)**

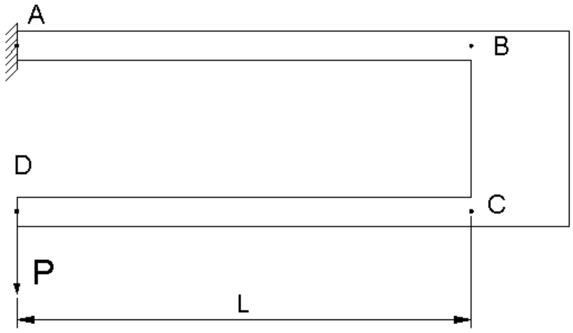

Figura 4. Estrutura em flexão engastada no ponto A e carregada com força P na extremidade D

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(E.I\frac{d^2v(x)}{dx^2}\right) = \frac{d^2M_z(x)}{dx^2} = \frac{dV_y(x)}{dx} = q(x) \qquad (5)$$

Sendo x a coordenada local longitudinal na viga, v(x) o deslocamento transversal, $M_z(x)$ o momento fletor, $V_y(x)$ o esforço cortante e q(x) a função carregamento.

B) Para a representação da viga engastada-livre de comprimento **L**, mostrada na Fig. 5, uma força **P** é aplicada em sua extremidade livre e ainda um momento **M** o qual restringe a rotação neste ponto, ou seja, a inclinação da curva de deflexão é zero em ambas as extremidades da viga. A extremidade livre deflete verticalmente uma distância δ. Adote o modelo de flexão de Euler-Bernoulli, descrito na Eq. (5) e determine uma expressão para δ se esta viga é feita de um material cujo módulo de Young é **E**, com uma seção transversal simétrica e momento de Inércia **I** em relação ao seu centroide. **(0,75 ponto)**

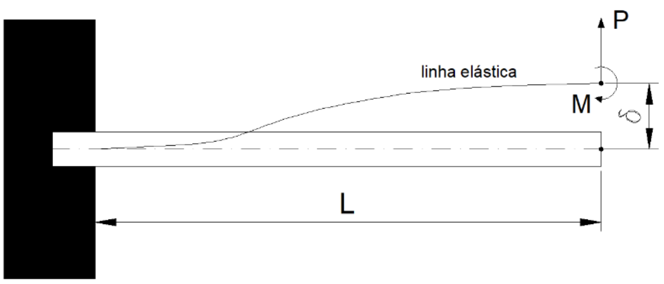

Figura 5. Viga engastada-livre com aplicação da Força P e Momento M em sua extremidade livre

C) Seja a estrutura representada na Fig. 6. Esta estrutura está sob a condição estaticamente indeterminada ou não? Comente sua resposta. **(0,25 ponto)**

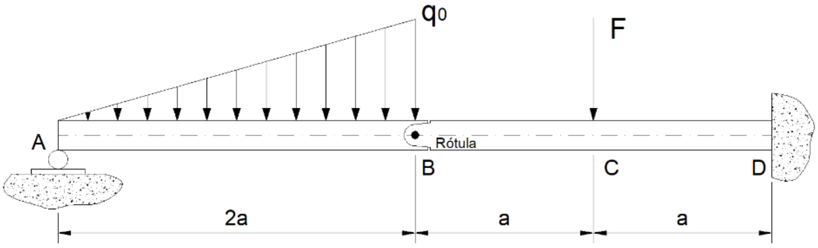

Figura 6. Viga articulada com suas condições de apoio e carregamentos

D) Para a mesma representação estrutural da Fig. 6, determine as reações de apoio nos pontos A e D, adotando-se, caso necessário, o mesmo material e mesma geometria para ambas seções AB e BD, cujo módulo de Young é **E**, seção transversal simétrica e momento de Inércia **I** em relação ao seu centroide. **(0,25 ponto)**

A partir da teoria de falhas para carregamentos estáticos. O fator de segurança estrutural pode ser obtido a partir das relações apresentadas na Eqs. (6) e (7).

$FS = \dfrac{S_{ult}}{\sigma_{max}}$	Teoria da Máxima Tensão Normal (Materiais Frágeis)	(6)
$FS = \dfrac{S_{esc}/2}{\tau_{max}}$	Teoria da Máxima Tensão Cisalhante (Materiais Dúcteis)	(7)

Sendo FS o fator de segurança estrutural, σ_{max} e τ_{max} são os valores da tensão máxima normal e tensão máxima de cisalhamento da viga, respectivamente, S_{ult} é o limite de resistência a tração do material frágil e S_{esc} é o limite de escoamento do material dúctil.
A seguir, despreze o efeito do cisalhamento transversal sobre as seções das vigas, considere que os materiais empregados possuem o mesmo módulo de Young **E** e a seguinte geometria para a sua seção transversal, Fig. 7:

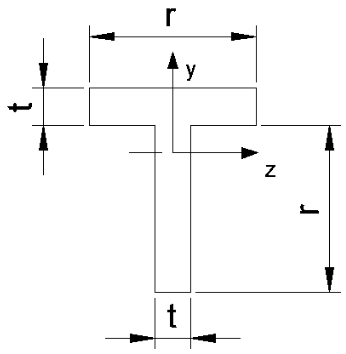

Figura 7. Seção transversal da Viga articulada

Nesse contexto, responda aos seguintes itens:

E) Determine o fator de segurança global da estrutura representada na Fig. 6, supondo que a seção AB é feita de um material **frágil** e a seção BD de um outro material considerado **dúctil**. Adote que S_{esc} = 0,85.S_{ult}. **(0,50 ponto)**

F) Determine o fator de segurança global da estrutura representada na Fig. 6, supondo que a seção AB é feita de um material **dúctil** e a seção BD de um outro material considerado **frágil**. Adote que S_{esc} = 0,50.S_{ult}. **(0,50 ponto)**

O ESPAÇO PARA RESPOSTA INICIA NA PRÓXIMA PÁGINA

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Fim do espaço destinado à resposta

Questão 3 (3,5 pontos)

Considerando a teoria da elasticidade linear no sistema cartesiano e um campo de deslocamento u_i suficientemente suave, responda aos seguintes itens.

A) Mostre que o tensor deformação infinitesimal ε_{ij} satisfaz

$$\epsilon_{rik}\epsilon_{sjl}\, \varepsilon_{ij,kl} = 0, \qquad (8)$$

em que ϵ_{mnt} é o símbolo de Levi-Civita. **(1,00 ponto)**

B) Sabe-se que na ausência de força de corpo, a equação de balanço de quantidade de movimento estacionária é

$$\sigma_{ij,i} = 0, \qquad (9)$$

em que σ_{ij} é o tensor tensão de Cauchy, e que

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\, \varepsilon_{kl}, \qquad (10)$$

com

$$C_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu\delta_{ik}\delta_{jl} + \mu\delta_{il}\delta_{jk}, \qquad (11)$$

onde λ e μ são as constantes de Lamé e δ_{rs} é o delta de Kronecker.

Assim, mostre que

$$(\lambda+\mu)u_{j,ji}+\mu u_{i,jj} = 0, \qquad (12)$$

onde u_i é o campo de deslocamento. **(1,00 ponto)**

C) Considerando a equação de balanço de quantidade de movimento estacionária (Eq. (9)) em uma análise bidimensional (plano x_1-x_2) e sendo $\psi(x_1,x_2)$ a função de tensão de Airy, mostre que ψ satisfaz a equação biharmônica

(1,00 ponto)

$$\nabla^4\psi=0 \qquad (13)$$

D) Considerando as condições apresentadas no item **C)**, determine a função $f(x_2)$ para a função de Airy

$$\psi(x_1, x_2)=\sin(\theta x_1)f(x_2), \qquad (14)$$

onde θ é uma constante real. **(0,50 ponto)**

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Continua na próxima página

Espaço destinado à resposta

Fim do espaço destinado à resposta