

Prova de Seleção - 2019

Expectativa de Solução

Código de identificação:

Instruções

1. Você está recebendo um caderno de provas que contem 12 folhas numeradas de 1 a 12. Qualquer irregularidade solicite imediatamente assistência a quem estiver aplicando a prova. Não serão aceitas reclamações sobre este assunto após 5 minutos de iniciada a prova.
2. A prova contém 10 questões, enumeradas de 1 a 10, que devem ser obrigatoriamente respondidas na área indicada na página 12, na folha de respostas. Você deve assinalar apenas uma alternativa por questão.
3. Use a folha com as instruções (frente e verso) e as folhas com 10 questões (frente e verso) como espaço para rascunho. Não use a folha de respostas como rascunho.
4. Para a correção da prova, a comissão de seleção irá considerar somente as respostas assinaladas na página 12, na folha de respostas.
5. Anote o seu código de identificação no local apropriado, indicado no cabeçalho de cada uma das folhas deste caderno.
6. A prova terá a duração máxima de 2 (duas) horas e 30 (trinta) minutos.
7. Ao concluir, devolva o caderno com as 12 folhas a quem estiver aplicando a prova.
8. É proibido o uso de calculadora ou de qualquer outro equipamento de consulta.

Código de identificação:

1. Seja a função $f(x)$, apresentada abaixo. Marque a alternativa correta que descreve a derivada primeira de $f(x)$ com relação a x .

$$f(x) = \text{sen}(2x) - \cos(2x)$$

- (a) $2(\cos(2x) + \text{sen}(2x))$
- (b) $2(\cos(2x) - \text{sen}(2x))$
- (c) $2(-\cos(2x) + \text{sen}(2x))$
- (d) $(\cos(2x) + \text{sen}(2x))$
- (e) $(\cos(2x) - \text{sen}(2x))$

SOLUÇÃO

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{d}{dx}(\text{sen}(2x) - \cos(2x)) = \frac{d}{dx}(\text{sen}(2x)) - \frac{d}{dx}(\cos(2x))$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \cos(2x)(2) - (-\text{sen}(2x)(2)) = 2\cos(2x) + 2\text{sen}(2x)$$

$$\frac{df(x)}{dx} = 2(\cos(2x) + \text{sen}(2x))$$

Resposta: a

Código de identificação:

2. Seja a função $f(x)$, apresentada abaixo. Marque a alternativa correta que apresenta o valor da derivada primeira de $f(x)$ com relação a x , quando $x = 1/2$.

$$f(x) = 4 + 5x - 5x^2$$

(a) -5

(b) -1

(c) 0

(d) 5

(e) 10

SOLUÇÃO

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{d}{dx}(4 + 5x - 5x^2) = \frac{d}{dx}(4) + \frac{d}{dx}(5x) - \frac{d}{dx}(5x^2)$$

$$\frac{df(x)}{dx} = 0 + 5 - 10x \implies \frac{df(1/2)}{dx} = 5 - 10(1/2) = 0$$

Resposta: c

Código de identificação:

3. Marque a alternativa correta que apresenta a solução da integral indefinida abaixo, onde C é uma constante de integração.

$$\int x e^{2x} dx$$

(a) $\frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2}xe^{2x} + C$

(b) $\frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{2}e^{2x} + C$

(c) $\frac{1}{2}xe^{2x} + \frac{1}{4}e^{2x} + C$

(d) $\frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + C$

(e) $\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{4}xe^{2x} + C$

SOLUÇÃO

$$u = x \implies du = dx \quad \text{e} \quad e^{2x} dx = dv \implies v = \int e^{2x} dx$$

$$s = 2x \implies \frac{1}{2}ds = dx \quad \text{e} \quad \frac{1}{2} \int e^s ds = \frac{1}{2}e^s = \frac{1}{2}e^{2x} \implies v = \frac{1}{2}e^{2x}$$

$$\int u dv = uv - \int v du + C$$

$$\int x e^{2x} dx = x \frac{1}{2}e^{2x} - \int \frac{1}{2}e^{2x} dx + C$$

$$\int x e^{2x} dx = \frac{1}{2}x e^{2x} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx + C = \frac{1}{2}x e^{2x} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}e^{2x} \right) + C$$

$$\int x e^{2x} dx = \frac{1}{2}x e^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + C$$

Resposta: d

Código de identificação:

4. Uma partícula se move na direção x , com sua posição em função do tempo t dada pela relação $x(t) = 6 \cos(2t)$, tal que sua aceleração $a(t)$ é calculada pela derivada segunda de $x(t)$ com relação a t . Marque a alternativa correta para a função $a(t)$ da partícula.

(a) $a(t) = -4x(t)$

(b) $a(t) = -2x(t)$

(c) $a(t) = -x(t)$

(d) $a(t) = 2x(t)$

(e) $a(t) = 4x(t)$

SOLUÇÃO

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(6 \cos(2t)) = 6(-\sin(2t))(2) = -12 \sin(2t)$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{d}{dt}(-12 \sin(2t)) = -12(\cos(2t))(2) = -24 \cos(2t)$$

$$a(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -24 \cos(2t) = -4(6 \cos(2t)) = -4x(t)$$

Resposta: a

Código de identificação:

5. Um tanque que contém 15000 litros (l) de água pode ser esgotado totalmente em 20 minutos (min). A Lei de Torricelli, que descreve o volume $V(t)$ de água restante no tanque, após t minutos de escoamento, é descrita pela função

$$V(t) = 15000 \left(1 - \frac{1}{20}t\right)^2$$

com $0 \leq t \leq 20$. Se inicialmente o tanque está cheio e, em seguida, passa a ser esgotado, a taxa de variação na qual a água é drenada deste tanque após 16 minutos é de

- (a) -1500 l/min
- (b) -1200 l/min
- (c) -750 l/min
- (d) -500 l/min
- (e) -300 l/min

SOLUÇÃO

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left[15000 \left(1 - \frac{1}{20}t\right)^2 \right] = 2(15000) \left(1 - \frac{1}{20}t\right) \left(-\frac{1}{20}\right)$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = -1500 \left(1 - \frac{1}{20}t\right)$$

$$\frac{dV(16)}{dt} = -1500 \left(1 - \frac{1}{20}16\right) = -1500 \left(1 - \frac{4}{5}\right) = -1500 \left(\frac{1}{5}\right) = -300 \text{ l/min}$$

Resposta: e

Código de identificação:

6. Seja a função $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z^2$ e o vetor $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, onde $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$ são os vetores unitários nas direções x , y e z , respectivamente. A derivada direcional de f no ponto $P(3, 1, 1)$ na direção de $\vec{u}$ é

(a) $D_{\vec{u}}f(P) = 1$

(b) $D_{\vec{u}}f(P) = 3$

(c) $D_{\vec{u}}f(P) = 4$

(d) $D_{\vec{u}}f(P) = 6$

(e) $D_{\vec{u}}f(P) = 12$

SOLUÇÃO

$$D_{\vec{u}}f(P) = \frac{1}{|\vec{u}|} \vec{u} \cdot \vec{\nabla} f(P)$$

$$\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} \implies |\vec{u}| = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (2)^2} = \sqrt{1 + 4 + 4} = 3$$

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z^2 \implies \vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k} = 2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 4z\vec{k}$$

$$D_{\vec{u}}f = \frac{1}{|\vec{u}|} \vec{u} \cdot \vec{\nabla} f = \frac{1}{3} (\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}) \cdot (2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 4z\vec{k})$$

$$D_{\vec{u}}f = \frac{1}{3} (2x + 4y + 8z)$$

$$D_{\vec{u}}f(P) = \frac{1}{3} (2(3) + 4(1) + 8(1)) = 6$$

Resposta: d

Código de identificação:

7. Considere o sistema abaixo, com três equações e três incógnitas.

$$\begin{array}{rrcr} x & + & 3y & - & 2z & = & -7 \\ 4x & + & y & + & 3z & = & 5 \\ 2x & - & 5y & + & 7z & = & 19 \end{array}$$

Marque a alternativa correta para a matriz linha reduzida à forma escada da matriz ampliada deste sistema.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

(e) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

SOLUÇÃO

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & -7 \\ 4 & 1 & 3 & 5 \\ 2 & -5 & 7 & 19 \end{bmatrix} \rightarrow -4L_1 + L_2 \text{ e } -2L_1 + L_3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & -7 \\ 0 & -11 & 11 & 33 \\ 0 & -11 & 11 & 33 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow -\frac{L_2}{11} \text{ e } -\frac{L_3}{11} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & -7 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow -3L_2 + L_1 \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow -L_2 + L_3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Resposta: e

Código de identificação:

8. A equação diferencial ordinária (EDO) que descreve um circuito RL em série, composto por um resistor R e um indutor L , é dada por

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V(t)$$

onde $V(t)$ é a voltagem aplicada ao circuito e di/dt é a taxa de variação da corrente i com o tempo t . Se este circuito estiver sujeito à condição inicial $i(0) = 0$, com uma voltagem constante $V(t) = V_0$, a solução da EDO acima é escrita como

$$(a) \ i(t) = V_0[1 - \frac{1}{R}e^{-\frac{R}{L}t}]$$

$$(b) \ i(t) = \frac{V_0}{R}[1 - e^{-\frac{R}{L}t}]$$

$$(c) \ i(t) = \frac{V_0}{R}[1 - \frac{L}{R}e^{-\frac{R}{L}t}]$$

$$(d) \ i(t) = \frac{V_0}{R}[\frac{L}{R}e^{-\frac{R}{L}t}]$$

$$(e) \ i(t) = V_0[\frac{L}{R}e^{\frac{R}{L}t}]$$

SOLUÇÃO

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V_0 \implies \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_0}{L} \quad \text{e} \quad i(0) = 0$$

Fator integrante:

$$p(t) = \frac{R}{L}, \quad r(t) = \frac{V_0}{L} \quad \text{e} \quad h(t) = e^{\int p(t)dt} = e^{\frac{R}{L}t}$$

$$i(t) = \frac{1}{h(t)} \left[\int h(t)r(t)dt + c_1 \right] = \frac{1}{e^{\frac{R}{L}t}} \left[\int e^{\frac{R}{L}t} \frac{V_0}{L} dt + c_1 \right] = e^{-\frac{R}{L}t} \left[\frac{V_0}{L} \int e^{\frac{R}{L}t} dt + c_1 \right]$$

$$s = \frac{R}{L}t \implies \frac{L}{R}ds = dt \quad \text{e} \quad i(t) = e^{-\frac{R}{L}t} \left[\frac{V_0}{L} \frac{L}{R} \int e^s ds + c_1 \right] = e^{-\frac{R}{L}t} \left[\frac{V_0}{R} e^{\frac{R}{L}t} + c_1 \right]$$

$$i(t) = \frac{V_0}{R} + c_1 e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i(0) = \frac{V_0}{R} + c_1 e^{-\frac{R}{L}(0)} = \frac{V_0}{R} + c_1 = 0 \quad \text{e} \quad c_1 = -\frac{V_0}{R}$$

$$i(t) = \frac{V_0}{R} - \frac{V_0}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \implies i(t) = \frac{V_0}{R} [1 - e^{-\frac{R}{L}t}]$$

Resposta: b

Código de identificação:

9. Quatro famílias habitam em um edifício de quatro andares, ou seja, as famílias A, B, C e D, sendo que mora apenas uma família em cada andar. A família A mora entre as famílias B e D, bem como a família A vive dois andares acima da família C. Marque a alternativa correta, informando os andares onde moram as famílias A e C, respectivamente.

- (a) 1º andar e 3º andar
- (b) 2º andar e 4º andar
- (c) 3º andar e 1º andar
- (d) 4º andar e 2º andar
- (e) 4º andar e 1º andar

SOLUÇÃO

Descrevendo as possibilidades:

(I) Como a família A mora entre as famílias B e D, se a família B reside no 1º andar e a família D mora no 3º andar, ou se a família D reside no 1º andar e a família B mora no 3º andar, então a família A reside no 2º andar.

(II) Como a família A mora entre as famílias B e D, se a família B reside no 2º andar e a família D mora no 4º andar, ou se a família D reside no 2º andar e a família B mora no 4º andar, então a família A reside no 3º andar.

(III) Como a família A vive dois andares acima da família C, se a família A reside no 4º andar e a família C mora no 2º andar, este resultado não concorda com as possibilidades (I) e (II).

(IV) Como a família A vive dois andares acima da família C, se a família A reside no 3º andar e a família C mora no 1º andar, este resultado não concorda com a possibilidade (I), mas concorda com a possibilidade (II).

Portanto, a família A mora no 3º andar e a família C mora no 1º andar.

Resposta: c

Código de identificação:

10. Em uma caixa há 6 bolas vermelhas, 4 bolas brancas e 5 bolas azuis. Ao se retirar aleatoriamente uma única bola, a probabilidade dela ser vermelha ou branca é de

(a) $1/2$

(b) $2/3$

(c) $2/5$

(d) $3/4$

(e) $3/5$

SOLUÇÃO

$$P(V \cup B) = P(V) + P(B) - P(V \cap B)$$

$$P(V) = \frac{6}{6+4+5} = \frac{6}{15}, \quad P(B) = \frac{4}{6+4+5} = \frac{4}{15} \quad \text{e} \quad P(V \cap B) = 0$$

$$P(V \cup B) = \frac{6}{15} + \frac{4}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

Resposta: b

Código de identificação:

Folha de Respostas

Assinale a alternativa de sua escolha em cada questão.

Questão 1: ~~(a)~~ (b) (c) (d) (e)

Questão 2: (a) (b) ~~(c)~~ (d) (e)

Questão 3: (a) (b) (c) ~~(d)~~ (e)

Questão 4: ~~(a)~~ (b) (c) (d) (e)

Questão 5: (a) (b) (c) (d) ~~(e)~~

Questão 6: (a) (b) (c) ~~(d)~~ (e)

Questão 7: (a) (b) (c) (d) ~~(e)~~

Questão 8: (a) ~~(b)~~ (c) (d) (e)

Questão 9: (a) (b) ~~(c)~~ (d) (e)

Questão 10: (a) ~~(b)~~ (c) (d) (e)